

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

Opettaja: Matti Laaksonen



2. välikoe torstaina 6.4.2017

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

A1. Laske integraalit

$$\text{a) } \int (8x^3 - 4x + 3)dx, \quad \text{b) } \int_1^3 (2 + 4x - 6x^2)dx$$

A2. Ratkaise LP-malli

$$\begin{array}{rcll} \max z = & 2x_1 & + & x_2 \\ \text{ehdoin} & 4x_1 & + & x_2 \leq 48 \\ & x_1 & + & x_2 \leq 15 \\ & x_1 & + & 2x_2 \leq 22 \\ & x_1 & & \geq 0 \\ & & & x_2 \geq 2 \end{array}$$

Anna vastauksena päätösmuuttujien arvot ja tavoitefunktion arvot optimissa.

A3. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + 2y + z = -5 \\ -2x - 3y - 2z = 8 \\ \quad - 2y + 2z = 8 \end{cases}$$

A4. Olkoon

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Laske $\det(\mathbf{M})$, $\mathbf{Q}^T \mathbf{M} \mathbf{Q}$ ja $\mathbf{M}^{-1}$.

A5. Oheisessa taulukossa on erään tuotteen hintaindeksejä. Laske hinnan keskimääräinen kasvuvauhti viiden vuoden jaksolle 2000-2005

vuosi	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
indeksi	100	108	110	115	115	118	122	126	135

Varastomalleista

$$\begin{aligned}\text{perusmalli} \quad q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli} \quad q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q}\end{aligned}$$

Korkolasku:

$$K_t = (1+it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

$$K_t = (1+i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i}K_0, \quad \text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

Matriisikaavoja ($n \times n$) neliöatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä $\det(\mathbf{A}_{rs})$ on alkioon a_{rs} liittyvä minori

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$ on alkioon a_{ji} liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A}), \quad \text{Cramerin kaavat: } x_j = D_j / D$$

Indeksejä

$$\text{Laspeyres} \quad P_{t_0;t}^L = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0;t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen} \quad P_{t_0;t}^P = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0;t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t;i}} \cdot 100$$