

1. Laske determinantit

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - (-1) \cdot (-3) = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} &= +2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 2(1 - 0) - 0 + (5 - 3) = \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 = \underline{\underline{12}} \end{aligned}$$

2. Onko matriisi

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

säännöllinen?

$$\begin{aligned} \det(Q) &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = +(-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -(0 - (-2)) - 2(0 - 0) + (6 - 0) \\ &= -2 + 0 + 6 = 4 \end{aligned}$$

$\det(Q) \neq 0 \rightarrow \underline{\underline{Q \text{ on säännöllinen}}}$

3. Alla on taulukossa esitettyä erään yrityksen tuotannon jakautuminen ja panosten käyttö tilikaudella. Laske tuotteiden omakustannusarvot.

		Os1	Os2	Os3	myynti (kpl)	yhteensä (kpl)	hinta (€/kpl)
	Os1	50	100	0	850	1000	p_1
	Os2	10	40	50	400	500	p_2
	Os3	20	0	30	200	250	p_3
raaka-aine 1	tt1	300	0	700		1000	1.00
raaka-aine 2	tt2	400	400	0		800	10.00
työvoima 1	tt3	70	100	150		320	20.00
työvoima 2	tt4	10	15	10		35	50.00

Lasketaan teknologia matriisi: A ja
panosmatriisi B

$$A = \begin{pmatrix} 50/1000 & 100/500 & 0/250 \\ 10/1000 & 40/500 & 50/250 \\ 20/1000 & 0/500 & 30/250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,050 & 0,200 & 0 \\ 0,010 & 0,080 & 0,200 \\ 0,020 & 0 & 0,120 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 300/1000 & 0/500 & 700/250 \\ 400/1000 & 400/500 & 0/250 \\ 70/1000 & 100/500 & 150/250 \\ 10/1000 & 15/500 & 10/250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,300 & 0 & 2,800 \\ 0,400 & 0,800 & 0 \\ 0,070 & 0,200 & 0,600 \\ 0,010 & 0,030 & 0,040 \end{pmatrix}$$

omakustannusarvot ovat

$$p^T = c^T B (I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 7,18 & 16,23 & 22,78 \end{pmatrix}$$

Excel

5. Millä vakion a arvoilla matriisi

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ a & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

on säännöllinen?

$$\begin{aligned} \det(Q) &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ a & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = +(-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} a & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -(0 - (-2)) - 2 \cdot 0 + (2a - 0) \\ &= 2a - 2 \end{aligned}$$

$$Q \text{ on säännöllinen} \Leftrightarrow 2a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 1$$

4. Kasvata edellisen tehtävän yksikköhintoja siten, että jokaisesta tuotteesta saadaan 15% kate. Laske sitten jokaisen osaston kokonaistuotokset, myyntituotot ja tuotannontekijöiden kustannukset, kun lopputuotteiden myynti muuttuu seuraavan taulukon mukaiseksi.

	myynti (kpl)
Os1	500
Os2	1000
Os3	400

Miten suuren katteen yritys kokonaisuudessaan saa?

Kasvatetaan hinnat 15% omakustannusarvoista

$$p_1 = 1,15 \cdot 7,18 \text{ €} = 8,26 \text{ €}$$

$$p_2 = 1,15 \cdot 16,23 \text{ €} = 18,66 \text{ €}$$

$$p_3 = 1,15 \cdot 22,78 \text{ €} = 26,20 \text{ €}$$

Tuotannontekijöiden tarve voidaan laskua

$$Bx = B(I-A)^{-1}d$$

$$= B(I-A)^{-1} \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \\ 400 \end{pmatrix} \text{ Excel } = \begin{pmatrix} 1555,8 \\ 1269,9 \\ 577,5 \\ 62,6 \end{pmatrix}$$

	myynti	hinta		
os1	500	8,26	4130	
os2	1000	18,66	18660	
os3	400	26,20	10480	33270
os, lsk				
tt1	1555,8	1	1555,8	
tt2	1269,9	10	12699,0	
tt3	577,5	20	11550,0	
tt4	62,6	50	3130,0	28934,80

$$\text{kate \%} = \frac{33270 - 28935}{28935} \cdot 100\% = 14,98\%$$

	Os1	Os2	Os3	myynti (kpl)	yhteensä (kpl)	hinta (€/kpl)
Os1	50	100	0	850	1000	7,18
Os2	10	40	50	400	500	16,23
Os3	20	0	30	200	250	22,78
raaka-aine1	300	0	700		1000	1,00
raaka-aine2	400	400	0		800	10,00
työvoima1	70	100	150		320	20,00
työvoima2	10	15	10		35	50,00

6 100,27
6 493,63
4 556,09
17 150,00

1 000,00
8 000,00
6 400,00
17 150,00

1	0	0
0	1	0
0	0	1
0,95	-0,2	0
-0,01	0,92	-0,2
-0,02	0	0,88

A=

I =

B =

I-A =

(I-A)^(-1) =

p^T = 7,18 16,23 22,78

UUSI TILANNE

	Os1	Os2	Os3	myynti (kpl)	yhteensä (kpl)	hinta (€/kpl)
Os1	38,93	239,62	0,00	500	778,5	8,25
Os2	7,79	95,85	94,45	1000	1198,1	18,67
Os3	15,57	0,00	56,67	400	472,2	26,20
raaka-aine1	233,56	0,00	1322,27		1555,8	1,00
raaka-aine2	311,42	958,46	0,00		1269,9	10,00
työvoima1	54,50	239,62	283,34		577,5	20,00
työvoima2	7,79	35,94	18,89		62,6	50,00

4 126,65
18 669,20
10 479,02
33 274,87

1 555,83
12 698,81
11 549,15
28 934,67