

Vaasan yliopisto, kevät 2007

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

kuoritentti, 4.5.2007

Opettaja: Matti Laaksonen, matemaattisten tieteiden laitos, (D211/Tervahovi)

Kokeessa on aikaa 3 tuntia. Ratkaise neljä tehtävää!
Kun ratkaiset tehtävän, käsittele kaikki sen alakohdat.

1. Ratkaise graafisesti LP-malli

$$\begin{array}{rcll} \text{maksimoi} & 4x_1 & + & 3x_2 \\ \text{ehdoin} & 3x_1 & + & x_2 \leq 18 \\ & 3x_1 & + & 4x_2 \leq 36 \\ & & & x_1 \geq 0 \\ & & & x_2 \geq 0 \end{array}$$

2. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on $p = 20 - 0.025q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.1q^2 + 5q + 150$. Maksimoi voitto.

3. Laske a) transpoosi $\mathbf{A}^T$ b) determinantti $\det(\mathbf{A})$ c) käänteismatriisi $\mathbf{A}^{-1}$ matriisille

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 7 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. a) Miten määritellään y :n jousto x :n suhteen?

b) Tuotteen hinta on nyt 12.25 € ja sen kysyntä on 20 300 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, kun sen hintaa nostetaan 1.25 € (uusi hinta 13.50 €) ja tuotteen kysynnän hintajousto on -1.75 ?

5. a) Mikä on kuukausijakson korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 5.125%?

b) Laske tasaerälainen annuiteetti, kun lainan määrä on 8 000 € . Laina-aika on 15 kuukautta, lainaa hoidetaan kuukausittain ja todellinen vuosikorko on 12.25%.

c) Kuvaile lyhyesti neljä investoinnin kannattavuuden mittaria.

Varastomallit:

$$\begin{array}{ll}
\text{perusmalli} & q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\
\text{puutemalli} & q_1 = q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\
& TC_1(q) = \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \\
\text{tuotantomalli} & q_2 = q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}}, \\
& TC_2(q) = \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r}
\end{array}$$

Korkolasku:

$$K_t = (1+it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

$$K_t = (1+i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$\begin{array}{ll}
\text{prolongointitekijä } s_{n,i} & = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\
\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} & = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\
\text{kuoletuskerroin } c_{n,i} & = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}
\end{array}$$

Matriisikaavoja ($n \times n$) neliöatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä $\det(\mathbf{A}_{rs})$ on alkioon a_{rs} liittyvä minori

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$ on alkioon a_{ji} liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A})$$

Cramerin kaavat:

$$x_j = D_j / D$$