

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

Opettaja: Matti Laaksonen

16.2.2009

1. välikoe maanantai 21.2.2008

A

Ratkaise 3 tehtävää.

A1. a) Miten määritellään y :n jousto x :n suhteen.

b) Tuotteen hinta on nyt 16.50 € ja kysyntä 1 500 tuotetta kuukaudessa. Jos tuotteen hintaa nostetaan 5%, niin kysynnän arvellaan olevan 1 300 tuotetta kuukaudessa. Mikä on tuotteen kysynnän hintajousto?

a) y :n jousto x :n suhteen on y :n %-muutos jaettuna x :n %-muutoksella

$$\text{jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) $p = 16.50 \text{ €}$ $\frac{\Delta p}{p} \cdot 100\% = 5\%$
 $q = 1500 \frac{\text{kk}}{\text{kk}}$
 $\Delta q = -200 \frac{\text{kk}}{\text{kk}}$ } $\rightarrow \frac{\Delta q}{q} \cdot 100\% = -\frac{200}{1500} \cdot 100\% = -13,33\%$

$$\text{jousto} = \frac{-13,33\%}{5\%} \approx \underline{\underline{-2,7}}$$

Vastaus: b, kysynnän hintajousto on -2,7

A2. a) Mikä on kuukausijaksoon liittyvä korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 6.5%?

b) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijaksoon liittyvä korkokanta on 0.006083905?

c) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 33 kuukautta, lainan määrä on 6 500 euroa, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 8.10%.

$$a) (1 + 0,065)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,00526169427$$

$$b) (1 + 0,006083905)^{12} = 1,075500004$$

→ 7,55% todellinen vuosikorko

$$c) i = [1,081^{\frac{1}{12}} - 1], (1+i)^{33} = 1,081^{33/12}$$

$$K = C \cdot K_0 = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot K_0$$

$$= \frac{[1,081^{\frac{1}{12}} - 1] \cdot 1,081^{33/12}}{(1,081^{33/12} - 1)} \cdot 6500 \text{ €}$$

$$= 219,53 \text{ €}$$

Vastaus: a) $i_{kk} = 0,00526169427$

b) 7,55%

c) 219,53 €

A3. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 120 - 0.3q$ ja vastaava rajakustannusfunktio on $MC(q) = 0.4q + 35$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 750$.

a) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) Millä tuotannon määrillä voitto on vähintään 20% myynnistä (eli tuotosta).

$$\begin{aligned} a) \quad p &= 120 - 0.3q \\ R &= 120q - 0.3q^2 \\ MR &= 120 - 0.6q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ 0.4q + 35 &= 120 - 0.6q \\ q &= 85 \end{aligned}$$

$$b) \quad \left. \begin{aligned} MC &= 0.4q + 35 \\ FC &= 750 \end{aligned} \right\} \Rightarrow C(q) = 0.2q^2 + 35q + 750$$

$$\begin{aligned} P(q) &= R(q) - C(q) \\ &= (120q - 0.3q^2) - (0.2q^2 + 35q + 750) \\ &= -0.5q^2 + 85q - 750 \end{aligned}$$

$$P(q) \geq \frac{20}{100} \cdot R(q)$$

$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 0.2 \cdot (120q - 0.3q^2)$$

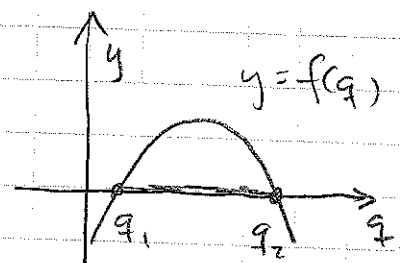
$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 24q - 0.06q^2$$

$$\Leftrightarrow -0.44q^2 + 61q - 750 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow = f(q)$$

*

$$13.6 \leq q \leq 125$$



$$f(q) = 0$$

$$-0.44q^2 + 61q - 750 = 0$$

$$q = \frac{-61 \pm \sqrt{61^2 - 4 \cdot (-0.44) \cdot (-750)}}{2 \cdot (-0.44)}$$

$$= \frac{-61 \pm 49}{-0.88} \Rightarrow \begin{aligned} q_1 &= 13.6 \\ q_2 &= 125 \end{aligned}$$

Variaatio

a) 85 tuotetta viikossa

b) $13.6 \leq q \leq 125$

A4. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on 40 000 kg/vuosi. Tilauskustannus on 6.00 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 0.25 €/kg/kuukausi.

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko ja varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?

b) Raaka-aineen toimittaja antaa sisäänostossa 2% määräalennuksen, jos tilauserä on vähintään 1000kg. Raaka-aineen normaali ostohinta on 0.355 €/kg. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

$$D = 40\,000 \text{ kg/vuosi}$$

$$K = 6,00 \text{ €}$$

$$h = 0,25 \text{ €/kg/vuosi} = 3,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}$$

$$a) \quad q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,00 \text{ €} \cdot 40\,000 \text{ kg/vuosi}}{3,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}}}$$

$$= \underline{\underline{400 \text{ kg}}}$$

$$TC_0 = \frac{KD}{q_0} + h \cdot \frac{q_0}{2} = \frac{6,00 \text{ €} \cdot 40\,000 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}}{400 \text{ kg}} + 3,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}} \cdot \frac{400 \text{ kg}}{2}$$

$$= 600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} = \underline{\underline{1200 \text{ €/vuosi}}}$$

$$b) \quad \tilde{TC} = \frac{KD}{q} + h \cdot \frac{q}{2} + p \cdot D$$

$$\tilde{TC}(400) = 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} + 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} + 0,355 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot 40\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}$$

$$= (600 + 600 + 14\,200) \frac{\text{€}}{\text{v}} = 15\,400 \text{ €/vuosi}$$

$$\tilde{TC}(1000) = \left(\frac{6 \cdot 40\,000}{1000} + 3 \cdot \frac{1000}{2} + 0,98 \cdot 14\,200 \right) \frac{\text{€}}{\text{v}}$$

$$= (240 + 1500 + 13\,916) \frac{\text{€}}{\text{v}} = 15\,656 \text{ €/vuosi}$$

→ optimaalinen tilauserä on edelleen 400kg

Vastaus: a) $q_0 = 400 \text{ kg}$, $TC_0 = 1200 \text{ €/vuosi}$

b) $q_{\text{opt}} = 400 \text{ kg}$