

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

Opettaja: Matti Laaksonen

1. välikoe maanantai 21.2.2008

Ratkaise 3 tehtävää.

B

B1. a) Miten määritellään y :n jousto x :n suhteen.

b) Tuotteen hinta on nyt 12.50 € ja kysyntä 1200 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen myynnistä saatu tuotto $R = p \cdot q$, jos tuotteen hintaa nostetaan 5.0%. Tuotteen kysynnän hintajousto on -1.8.

a) y :n jousto x :n suhteen on y :n %-muutos jaettuna x :n %-muutoksella

$$\text{jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) $p = 12,50 \text{ €}$

$$\Delta p = 0,05 \cdot 12,50 \text{ €} = 0,625 \text{ €}$$

$$q = 1200 \text{ kpl/kk}$$

$$\Delta q = x$$

$$\text{jousto} = -1,8$$

$$\frac{x}{0,625 \text{ €}} \cdot \frac{12,50 \text{ €}}{1200 \text{ kpl/kk}} = -1,8$$

$$\Rightarrow \Delta q = x = \frac{-1,8 \cdot 0,625 \cdot 1200 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}}{12,50} = -108 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}$$

Tuotto alku $R_1 = 12,50 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} \cdot 1200 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}} = 15000 \frac{\text{€}}{\text{kk}}$

Muuttunut tuotto $R_2 = 13,125 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} \cdot 1092 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}} = 14332,5 \frac{\text{€}}{\text{kk}}$

Tuoton muutos

$$\frac{R_2 - R_1}{R_1} \cdot 100\% = \frac{14332,5 - 15000}{15000} \cdot 100\% = -4,45\%$$

Vastaus: b) Tuotto pienenee 4,45% (pienenee 668 $\frac{\text{€}}{\text{kk}}$)

B2. a) Mikä on kuukausijaksoon liittyvä korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 5.25%?

b) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijaksoon liittyvä korkokanta on 0.005583905?

c) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 30 kuukautta, lainan määrä on 4 500 euroa, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 6.30%.

$$a) \quad (1,0525^{\frac{1}{12}} - 1) = \underline{0,00427312776}$$

$$b) \quad 1,005583905^{12} = \underline{1,069103527}$$

$\rightarrow 6,91\%$ todellinen vuosikorko

$$c) \quad n=30$$
$$i = 1,063^{\frac{1}{12}} - 1 \quad (1+i)^{30} = 1,063^{30/12}$$

$$K = C \cdot K_0 = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot K_0$$

$$= \frac{[1,063^{\frac{1}{12}} - 1] \cdot 1,063^{30/12}}{(1,063^{30/12} - 1)} \cdot 4500 \text{ €}$$

$$= \underline{162,16 \text{ €}}$$

Vastaus: a) 0,00427312776

b) 6,91%

c) 162,16 €

A3. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 120 - 0.3q$ ja vastaava rajakustannusfunktio on $MC(q) = 0.4q + 35$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 750$.

a) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) Millä tuotannon määrällä voitto on vähintään 20% myynnistä (eli tuotosta).

$$\begin{aligned} a) \quad p &= 120 - 0.3q \\ R &= 120q - 0.3q^2 \\ MR &= 120 - 0.6q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ 0.4q + 35 &= 120 - 0.6q \\ q &= 85 \end{aligned}$$

$$b) \quad \left. \begin{aligned} MC &= 0.4q + 35 \\ FC &= 750 \end{aligned} \right\} \Rightarrow C(q) = 0.2q^2 + 35q + 750$$

$$\begin{aligned} P(q) &= R(q) - C(q) \\ &= (120q - 0.3q^2) - (0.2q^2 + 35q + 750) \\ &= -0.5q^2 + 85q - 750 \end{aligned}$$

$$P(q) \geq \frac{20}{100} \cdot R(q)$$

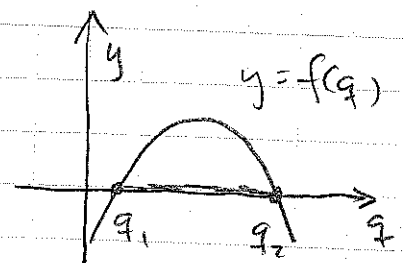
$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 0.2 \cdot (120q - 0.3q^2)$$

$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 24q - 0.06q^2$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{-0.44q^2 + 61q - 750}_{= f(q)} \geq 0$$

*
 $\Leftrightarrow$

$$13.6 \leq q \leq 125$$



$$\begin{aligned} f(q) &= 0 \\ -0.44q^2 + 61q - 750 &= 0 \\ q &= \frac{-61 \pm \sqrt{61^2 - 4 \cdot (-0.44) \cdot (-750)}}{2 \cdot (-0.44)} \\ &= \frac{-61 \pm 49}{-0.88} \Rightarrow q_1 = 13.6 \\ &\quad q_2 = 125 \end{aligned}$$

Varlaimus

a) 85 tuotetta viikossa

b) $13.6 \leq q \leq 125$

B4. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on 10 000 kg/vuosi. Tilauskustannus on 12,00 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 0,50 €/kg/kuukausi.

a) Mitkä ovat optimaalinen tilauserän koko ja varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa? Miten usein tilauksia tehdään?

b) Raaka-aineen toimittaja antaa sisäänostossa 4,0% määräalennuksen, jos tilauserä on vähintään 400kg. Raaka-aineen normaali ostohinta on 0,50 €/kg. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

$$D = 10\,000 \text{ kg/vuosi}$$

$$K = 12,00 \text{ €}$$

$$h = 0,50 \text{ €/kg/kuu} = 6,00 \text{ €/kg/vuosi}$$

$$a) q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \text{ €} \cdot 10\,000 \text{ kg/vuosi}}{6 \text{ €/kg/vuosi}}} = \underline{200 \text{ kg}}$$

$$TC_0 = \frac{KD}{q_0} + h \frac{q_0}{2} = \frac{12 \text{ €} \cdot 10\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}}{200 \text{ kg}} + 6 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{v}} \cdot \frac{200 \text{ kg}}{2}$$

$$= 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} + 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} = \underline{1200 \text{ €/vuosi}}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{D}{q} = \frac{10\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}}{200 \text{ kg}} \\ = 50 \frac{1}{\text{vuosi}} \end{array} \right.$$

$$b) \tilde{TC} = \frac{KD}{q} + h \frac{q}{2} + pD$$

$$\tilde{TC}(200) = 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} + 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} + 0,50 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot 10\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}$$

$$= (600 + 600 + 5000) \frac{\text{€}}{\text{v}} = \underline{6200 \text{ €/vuosi}}$$

$$\tilde{TC}(400) = \left(\frac{12 \cdot 10\,000}{400} + 6 \cdot \frac{400}{2} + 0,96 \cdot 5000 \right) \frac{\text{€}}{\text{v}}$$

$$= (300 + 1200 + 4800) \frac{\text{€}}{\text{v}} = \underline{6300 \text{ €/vuosi}}$$

Vastaus: a) $q_0 = 200 \text{ kg}$, $TC_0 = 1200 \text{ €/vuosi}$

Vuodessa tehdään 50 tilausta

b) $q_{\text{opt}} = 200 \text{ kg}$