

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

Opettaja: Matti Laaksonen

1. välikoe maanantai 16.2.2009

Ratkaise 3 tehtävää.

C

C1. a) Miten määritellään y :n jousto x :n suhteen.

b) Tuotteen hinta on nyt 12.50 € ja kysyntä on nyt 1 200 tuotetta kuukaudessa. Kun tuotteen hintaa viimeksi kuukausi sitten nostettiin eurolla, niin kysyntä laski 15.0%. Miten muuttui tuotteen myynnistä saatu tuotto $R = p \cdot q$, ja mikä on kysynnän hintajousto?

a) y :n jousto x :n suhteen on y :n %-muutos jaettuna x :n %-muutoksella

$$\text{jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) $p = 11,50 \text{ €}$

$\Delta p = 1,00 \text{ €}$

$q = 1412 \text{ kpl/ku}$

$\Delta q = -212 \text{ kpl/ku}$

$0,85 \cdot q = 1200 \quad | : 0,85$

$q = 1412$

$$\text{jousto} = \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \frac{-212 \frac{\text{kpl}}{\text{ku}}}{1,00 \text{ €}} \cdot \frac{11,50 \text{ €}}{1412 \frac{\text{kpl}}{\text{ku}}} = \underline{\underline{-1,727}} \sim \underline{\underline{-1,73}}$$

Tuotto viime kuussa $R_{-1} = 1412 \frac{\text{kpl}}{\text{ku}} \cdot 11,50 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} = 16238 \frac{\text{€}}{\text{ku}}$

Tuotto tässä kuussa $R_0 = 1200 \frac{\text{kpl}}{\text{ku}} \cdot 12,50 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} = 15000 \frac{\text{€}}{\text{ku}}$

Tuoton muutos

$$\frac{R_0 - R_{-1}}{R_{-1}} \cdot 100\% = \frac{15000 - 16238}{16238} \cdot 100\% = \underline{\underline{-7,62\%}}$$

Vastaus: b) Tuotto laski 7,6% ja kysynnän hintajousto on -1,73

C2. Mikä on kuukausijaksoon liittyvä korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 12.5%?

b) Laske todellinen vuosikorko, kun kuukausijakson korkokanta on $i = 0.01252525$.

c) Tuotteen käteishinta on 40 000 euroa. Osamaksukaupan käsiraha on 7500 euroa, todellinen vuosikorko on 7,25% ja osamaksulisä on 4.1% osamaksuvelasta. Laske osamaksuerä, kun maksuaika on 18 kuukautta ja osamaksuerät maksetaan kuukausittain.

$$a) \left(1,125^{\frac{1}{12}} - 1\right) = 0,00986358055$$

$$b) (1 + 0,01252525)^{12} = 1,161101952$$

→ 16,11% todellinen vuosikorko

$$c) H = 40\,000 \text{ €}$$

$$h = 7\,500 \text{ €}$$

$$m = 0,041 \cdot (40\,000 \text{ €} - 7\,500 \text{ €}) = 1\,332,50 \text{ €}$$

$$n = 18$$

$$i = \left[1,0725^{\frac{1}{12}} - 1\right], (1+i)^{18} = 1,0725^{18/12}$$

$$K = C(H - h + m)$$

$$= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} (H - h + m)$$

$$= \frac{\left[1,0725^{\frac{1}{12}} - 1\right] 1,0725^{18/12}}{(1,0725^{18/12} - 1)} \cdot (40\,000 \text{ €} - 7\,500 \text{ €} + 1\,332,50 \text{ €})$$

$$= 1\,985,76 \text{ €}$$

Vastaus: a) 0,00986358055

b) 16,11% todellinen vuosikorko

c) 1 985,76 €

A3. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 120 - 0.3q$ ja vastaava rajakustannusfunktio on $MC(q) = 0.4q + 35$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 750$.

a) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) Millä tuotannon määrällä voitto on vähintään 20% myynnistä (eli tuotosta).

$$\begin{aligned} a) \quad p &= 120 - 0.3q \\ R &= 120q - 0.3q^2 \\ MR &= 120 - 0.6q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ 0.4q + 35 &= 120 - 0.6q \\ q &= 85 \end{aligned}$$

$$b) \quad \left. \begin{aligned} MC &= 0.4q + 35 \\ FC &= 750 \end{aligned} \right\} \Rightarrow C(q) = 0.2q^2 + 35q + 750$$

$$\begin{aligned} P(q) &= R(q) - C(q) \\ &= (120q - 0.3q^2) - (0.2q^2 + 35q + 750) \\ &= -0.5q^2 + 85q - 750 \end{aligned}$$

$$P(q) \geq \frac{20}{100} \cdot R(q)$$

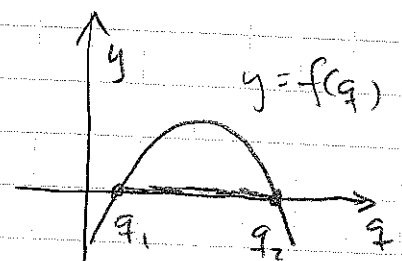
$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 0.2 \cdot (120q - 0.3q^2)$$

$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 24q - 0.06q^2$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{-0.44q^2 + 61q - 750}_{= f(q)} \geq 0$$

*
 $\Leftrightarrow$

$$13.6 \leq q \leq 125$$



$$\begin{aligned} f(q) &= 0 \\ -0.44q^2 + 61q - 750 &= 0 \\ q &= \frac{-61 \pm \sqrt{61^2 - 4 \cdot (-0.44) \cdot (-750)}}{2 \cdot (-0.44)} \\ &= \frac{-61 \pm 49}{-0.88} \Rightarrow q_1 = 13.6 \\ &\quad q_2 = 125 \end{aligned}$$

Vastaus

a) 85 tuotetta viikossa

b) $13.6 \leq q \leq 125$

C4. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on 10 000 kg/vuosi. Tilauskustannus on 12,00 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 0,50 €/kg/kuukausi.

a) Mitkä ovat optimaalinen tilauserän koko ja varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa? Miten usein tilauksia tehdään?

b) Kerro sanallisesti, miten mahdollisten määräalennusten hyödyntäminen tai sivuuttaminen tutkitaan ja päätetään.

$$D = 10\,000 \text{ kg/vuosi}$$

$$K = 12,00 \text{ €}$$

$$h = 0,50 \text{ €/kg/vuosi} = 6,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}$$

$$a) \quad q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \text{ €} \cdot 10\,000 \text{ kg/vuosi}}{6 \text{ €/kg} \cdot \text{vuosi}}} = \underline{200 \text{ kg}}$$

$$\begin{aligned} TC_0 &= \frac{KD}{q_0} + h \frac{q_0}{2} = \frac{12 \text{ €} \cdot 10\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}}{200 \text{ kg}} + 6 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{v}} \cdot \frac{200 \text{ kg}}{2} \\ &= 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} + 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} = 1200 \text{ €/vuosi} \end{aligned}$$

$$\text{Tilauksia tehdään} \quad \frac{D}{q_0} = \frac{10\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}}{200 \text{ kg}} = 50 \frac{1}{\text{vuosi}}$$

b) Lasketaan q_0 :n ja pohjaraja q_0 :n suuremman määräalennusvapain p_k arvo lausekkeelle

$$\tilde{TC}(q) = \frac{KD}{q} + h \frac{q}{2} + p_k D \quad (\text{€/vuosi})$$

missä p_k on alennuksen yksikköhinta

Valitaan tilauserä q , joka antaa pienimmän arvon lausekkeelle $\tilde{TC}(q)$

Vastaus a) $q_0 = 200 \text{ kg}$, $TC_0 = 1200 \text{ €/vuosi}$

Tilauksia tehdään vuodessa 50