

1. välikoe maanantai 16.2.2009

D

Ratkaise 3 tehtävää.

D1. a) Miten määritellään y :n jousto x :n suhteen.

b) Jos $y = 5\sqrt{x}$, ja $x = 4.00$, niin mikä on y :n jousto x :n suhteen?

a) y :n jousto x :n suhteen on y :n %-muutos
jättäessä x :n %-muutoksella.

$$\text{jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y}$$

b) $y = 5x^{\frac{1}{2}} = 5\sqrt{x}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{5}{2\sqrt{x}}$$

Nyt

$$x = 4,00 \rightarrow y = 5\sqrt{4,00} = 10,0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5}{2\sqrt{4,00}} = \frac{5}{2 \cdot 2} = 1,25$$

$$\text{jousto} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} = 1,25 \cdot \frac{4,00}{10,0} = 0,5$$

Vastaus b) y :n jousto x :n suhteen on 0,5

D2. Mikä on kuukausijaksoon liittyvä korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 9.50%?

b) Laske todellinen vuosikorko, kun kuukausijakson korkokanta on $i = 0.00752525$.

c) Tuotteen käteishinta on 40 000 euroa. Osamaksukaupan käsiraha on 7500 euroa, todellinen vuosikorko on 8,45% ja osamaksulisä on 3.8% osamaksuvelasta. Laske osamaksuerä, kun maksuaika on 15 kuukautta ja osamaksuerät maksetaan kuukausittain.

$$a) (1,095^{\frac{1}{12}} - 1) = 0,00759153429$$

$$b) 1,00752525^{12} = 1,094135899$$

→ 9,41% todellinen vuosikorko

$$c) H = 40000 \text{ €}$$

$$h = 7500 \text{ €}$$

$$m = 0,038 \cdot (40000 \text{ €} - 7500 \text{ €}) = 1235 \text{ €}$$

$$(H - h + m) = (40000 - 7500 + 1235) \text{ €} = 33735 \text{ €}$$

$$n = 15$$

$$i = [1,0845^{\frac{1}{12}} - 1], (1+i)^{15} = 1,0845^{15/12}$$

$$k = C(H - h + m) = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot (H - h + m)$$

$$= \frac{[1,0845^{\frac{1}{12}} - 1] \cdot 1,0845^{15/12}}{(1,0845^{15/12} - 1)} \cdot 33735 \text{ €}$$

$$= \underline{\underline{2372,96 \text{ €}}}$$

Vastaus: a) 0,00759153429

b) 9,41%

c) 2372,96 €

A3. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 120 - 0.3q$ ja vastaava rajakustannusfunktio on $MC(q) = 0.4q + 35$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 750$.

a) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) Millä tuotannon määrällä voitto on vähintään 20% myynnistä (eli tuotosta).

$$\begin{aligned} a) \quad p &= 120 - 0.3q \\ R &= 120q - 0.3q^2 \\ MR &= 120 - 0.6q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ 0.4q + 35 &= 120 - 0.6q \\ q &= 85 \end{aligned}$$

$$b) \quad \left. \begin{aligned} MC &= 0.4q + 35 \\ FC &= 750 \end{aligned} \right\} \Rightarrow C(q) = 0.2q^2 + 35q + 750$$

$$\begin{aligned} P(q) &= R(q) - C(q) \\ &= (120q - 0.3q^2) - (0.2q^2 + 35q + 750) \\ &= -0.5q^2 + 85q - 750 \end{aligned}$$

$$P(q) \geq \frac{20}{100} \cdot R(q)$$

$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 0.2 \cdot (120q - 0.3q^2)$$

$$\Leftrightarrow -0.5q^2 + 85q - 750 \geq 24q - 0.06q^2$$

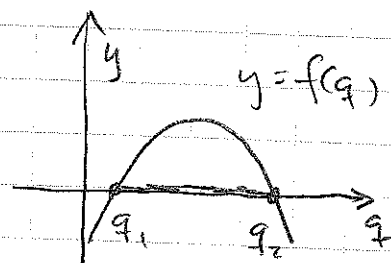
$$\Leftrightarrow -0.44q^2 + 61q - 750 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow = f(q)$$

*

⊆

$$13.6 \leq q \leq 125$$



$$f(q) = 0$$

$$-0.44q^2 + 61q - 750 = 0$$

$$q = \frac{-61 \pm \sqrt{61^2 - 4 \cdot (-0.44) \cdot (-750)}}{2 \cdot (-0.44)}$$

$$= \frac{-61 \pm 49}{-0.88} \Rightarrow \begin{aligned} q_1 &= 13.6 \\ q_2 &= 125 \end{aligned}$$

Vastaus

a) 85 tuotetta viikossa

b) $13.6 \leq q \leq 125$

C4. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on 10 000 kg/vuosi. Tilauskustannus on 12,00 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 0,50 €/kg/kuukausi.

a) Mitkä ovat optimaalinen tilauserän koko ja varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa? Miten usein tilauksia tehdään?

b) Kerro sanallisesti, miten mahdollisten määräalennusten hyödyntäminen tai sivuuttaminen tutkitaan ja päätetään.

$$D = 10\,000 \text{ kg/vuosi}$$

$$K = 12,00 \text{ €}$$

$$h = 0,50 \text{ €/kg/kuu} = 6,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}$$

$$a) q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \text{ €} \cdot 10\,000 \text{ kg/vuosi}}{6 \text{ €/kg} \cdot \text{vuosi}}} = \underline{200 \text{ kg}}$$

$$TC_0 = \frac{KD}{q_0} + h \frac{q_0}{2} = \frac{12 \text{ €} \cdot 10\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}}{200 \text{ kg}} + 6 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{v}} \cdot \frac{200 \text{ kg}}{2}$$

$$= 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} + 600 \frac{\text{€}}{\text{v}} = 1200 \text{ €/vuosi}$$

$$\text{Tilauksia tehdään } \frac{D}{q_0} = \frac{10\,000 \frac{\text{kg}}{\text{v}}}{200 \text{ kg}} = 50 \frac{1}{\text{vuosi}}$$

b) Lasketaan q_0 :n ja pohjaruoka q_0 :n suuremmassa määrässä alennusrajalla q_k arvo lausekkeelle

$$\tilde{TC}(q) = \frac{KD}{q} + h \frac{q}{2} + p_k D \quad (\text{€/vuosi})$$

missä p_k on alennettu yksikköhint

Valitaan tilauserä q , joka antaa pienimmän arvon lausekkeelle $\tilde{TC}(q)$

$$\text{Vastaus a) } q_0 = 200 \text{ kg}, TC_0 = 1200 \text{ €/vuosi}$$

Tilauksia tehdään vuodessa 50