

6. harjoitus, viikko 10 (2.3.-6.3.09)

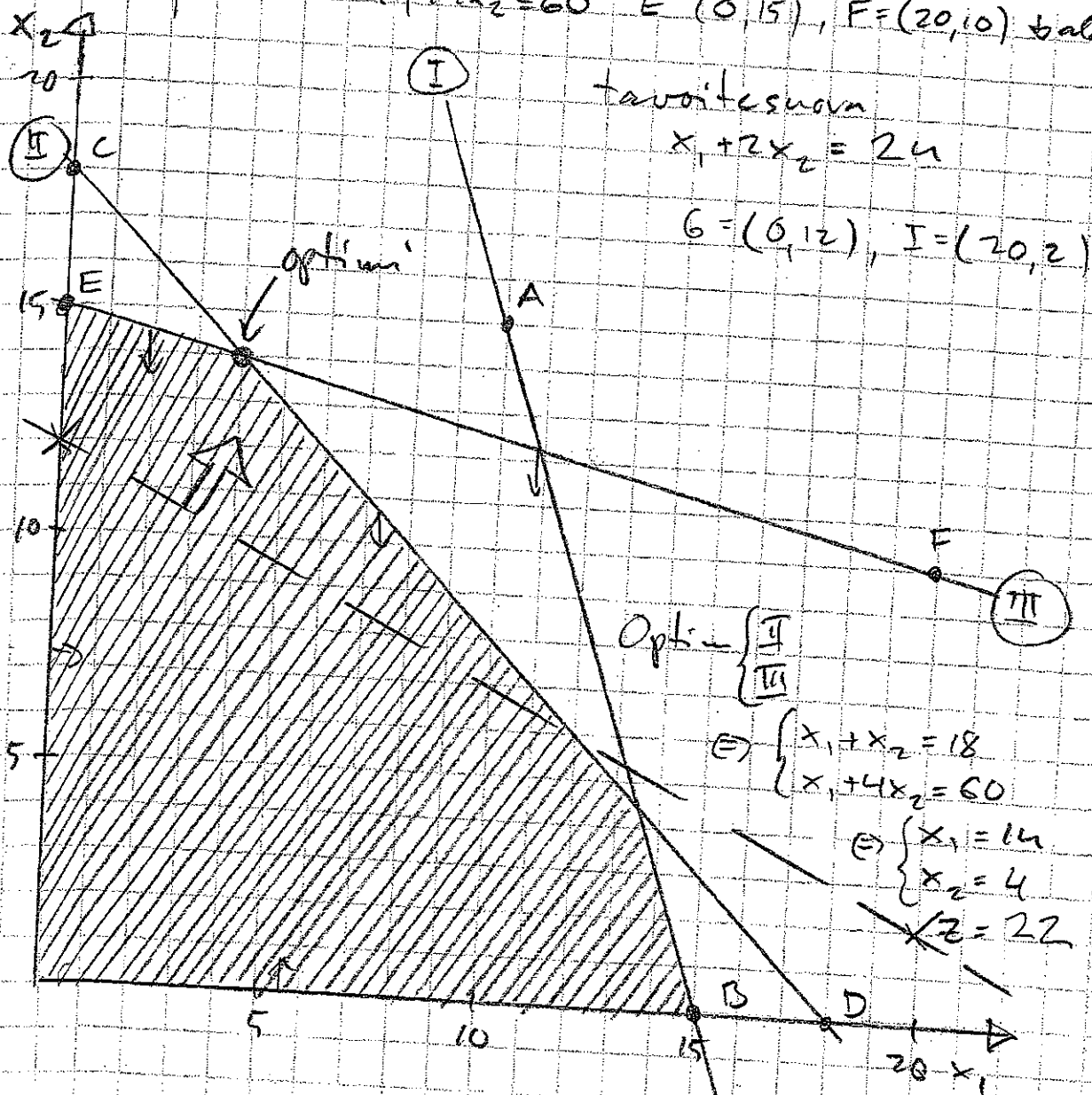
R1	ma	10-12	D115	R4	to	08-10	D115
R2	ma	14-16	D115	R5	to	14-16	B201???
R3	ti	08-10	D115	R6	pe	08-10	D102
				R7	pe	12-14	D102???

1. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 3x_1 + x_2 &\leq 45 \\ x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 60 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1. rajoite
2. rajoite
3. rajoite

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\leq 45 & A=(10,15), B=(15,0) & \downarrow \text{alap} \\ x_1 + x_2 &\leq 18 & C=(0,18), D=(18,0) & \downarrow \text{alap} \\ x_1 + 4x_2 &\leq 60 & E=(0,15), F=(20,10) & \downarrow \text{alap} \end{aligned}$$



2. Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpaakin tuotetta käsitellään kolmella osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)		
	os. A	os. B	os. C
1	4	2	8
2	4	4	4

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	320
B	240
C	400

Miten paljon yritys valmistaa viikossa tuotteita 1 ja 2, kun yritys haluaa maksimoida voittonsa. Voitto yhdeltä "1"-tuotteelta on 300 € ja yhdeltä "2"-tuotteelta 500 €.

x_1 = tuotteen 1 valmistusmäärä viikossa
 x_2 = " " " " " " " "

osasto A: työresurssi
 " " B:n " "
 " " C:n " "

$$\begin{aligned} 4x_1 + 4x_2 &\leq 320 \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 240 \\ 8x_1 + 4x_2 &\leq 400 \end{aligned}$$

taulokkefunktion $z = 300x_1 + 500x_2$

L.P. malli

max $z = 300x_1 + 500x_2$
 ehdot
 $4x_1 + 4x_2 \leq 320$
 $2x_1 + 4x_2 \leq 240$
 $8x_1 + 4x_2 \leq 400$
 $x_1, x_2 \geq 0$

1. rajoite $4x_1 + 4x_2 \leq 320$

$A = (0, 80)$, $B = (80, 0)$ $\rightarrow$ alapuoli käypä

2. rajoite $2x_1 + 4x_2 \leq 240$

$C = (0, 60)$, $D = (80, 20)$ $\rightarrow$ alapuoli käypä

3. rajoite $8x_1 + 4x_2 \leq 400$

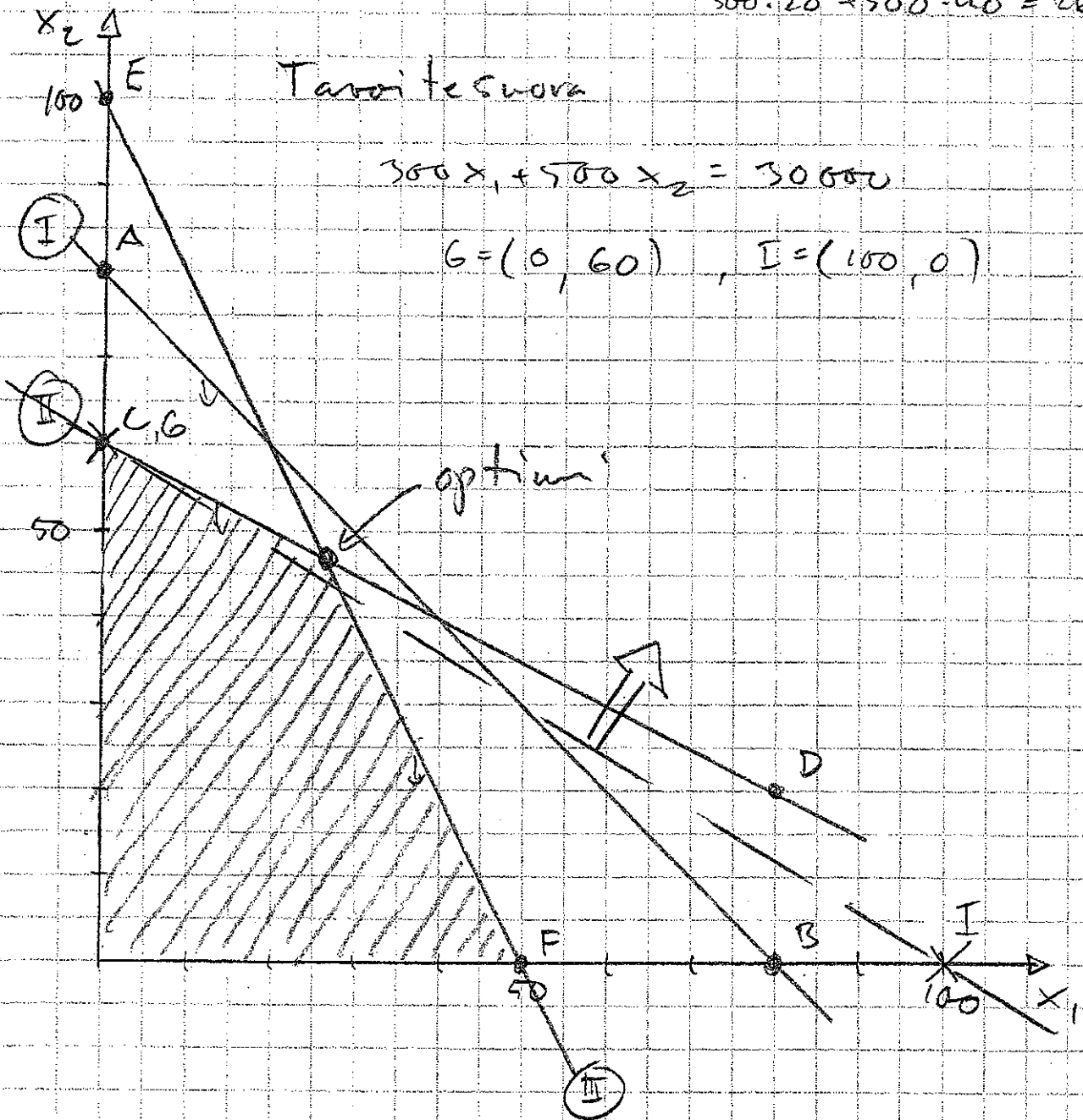
$E = (0, 100)$, $F = (50, 0)$ $\rightarrow$ alapuoli käypä

$$300 \cdot 20 + 500 \cdot 40 = 26000$$

Tarvite suora

$$300x_1 + 500x_2 = 30000$$

$$G = (0, 60), I = (100, 0)$$



$$\text{optimum: } \begin{cases} \text{II} \\ \text{III} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = -240 \\ 8x_1 + 4x_2 = 400 \end{cases}$$

$$6x_1 = 160$$

$$x_1 = 26,7$$

$$x_2 = \frac{240 - 2 \cdot 26,7}{4}$$

$$= 46,7$$

Variables

$$x_1 = 26,7$$

$$x_2 = 46,7$$

$$z = 31360$$

$$z = 300 \cdot 26,7 + 500 \cdot 46,7 = 31360$$

3. Tehtävän 2 yritys saa mahdollisuuden kouluttaa uuden työntekijän. Mille osastolle työntekijä sijoitetaan? (Asian tarkka analyysi vaatisi lisää tietoa työntekijästä ja työtehtävistä. Pohdi kuitenkin asiaa nyt käytettävissä olevan tiedon pohjalta!)

ollaan r_1 = lisäennus A osastolle
 r_2 = " " B osastolle
 r_3 = " " C osastolle

$$\max z = 300x_1 + 500x_2$$

ehdot

$$4x_1 + 4x_2 \leq 320 + r_1 \quad (Aos)$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 240 + r_2 \quad (Bos)$$

$$8x_1 + 4x_2 \leq 400 + r_3 \quad (Cos)$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 40$$

$$x_1, x_2, r_1, r_2, r_3 \geq 0$$

LINDO



4. Piirrä seuraavan LP-mallin käypä alue.

$$\begin{aligned} \max z &= -x_1 + 5x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 2x_1 + 3x_2 &\leq 60 \\ x_1 + x_2 &\geq 14 \\ x_1 - 2x_2 &\leq 4 \\ -x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

R1: $2x_1 + 3x_2 \leq 60$

$A = (6, 16), B = (15, 10) \quad \downarrow \text{alap. käyppä}$

R2: $x_1 + x_2 \geq 14$

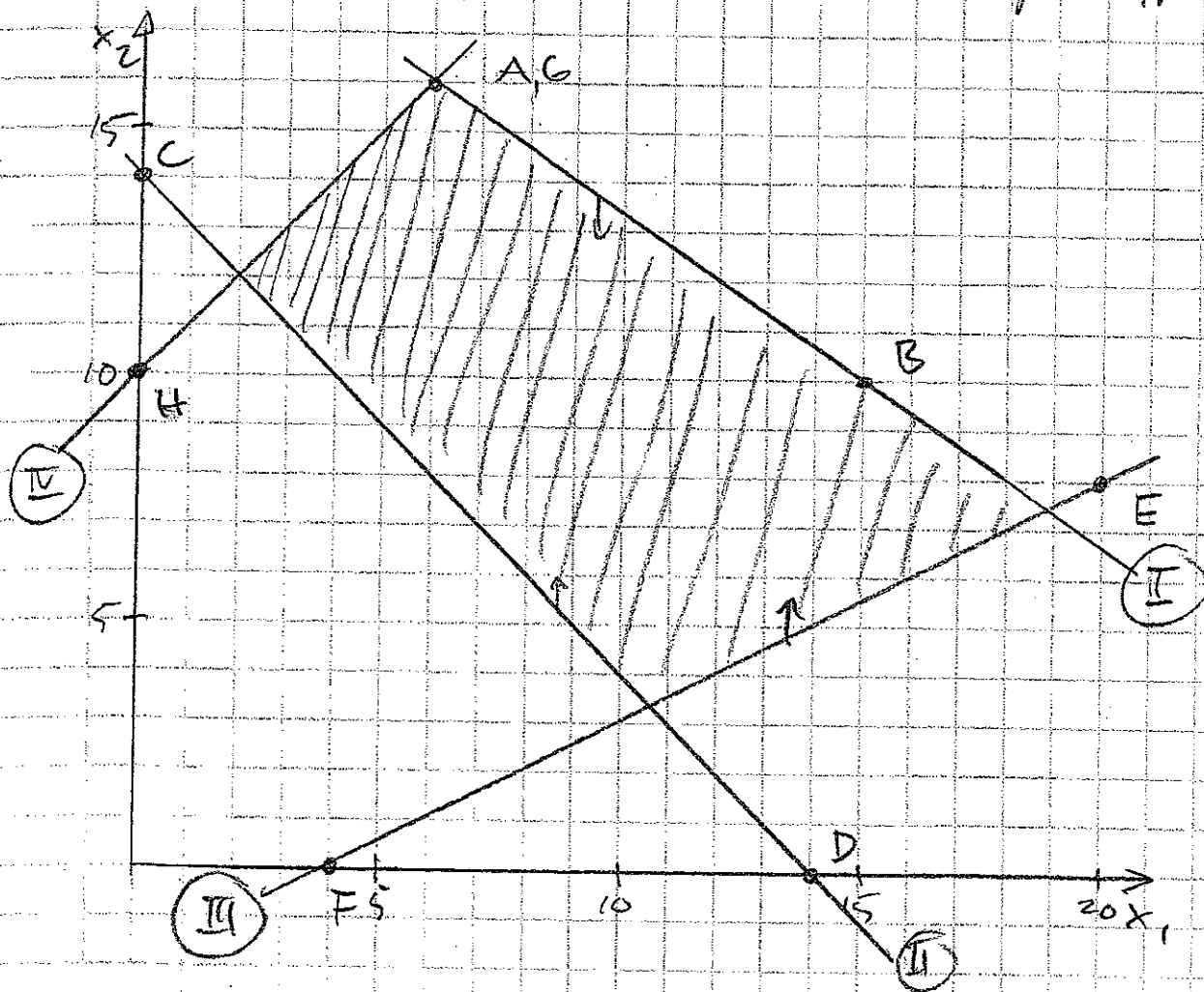
$C = (0, 14), D = (14, 0) \quad \uparrow \text{yläp. käyppä}$

R3: $x_1 - 2x_2 \leq 4$

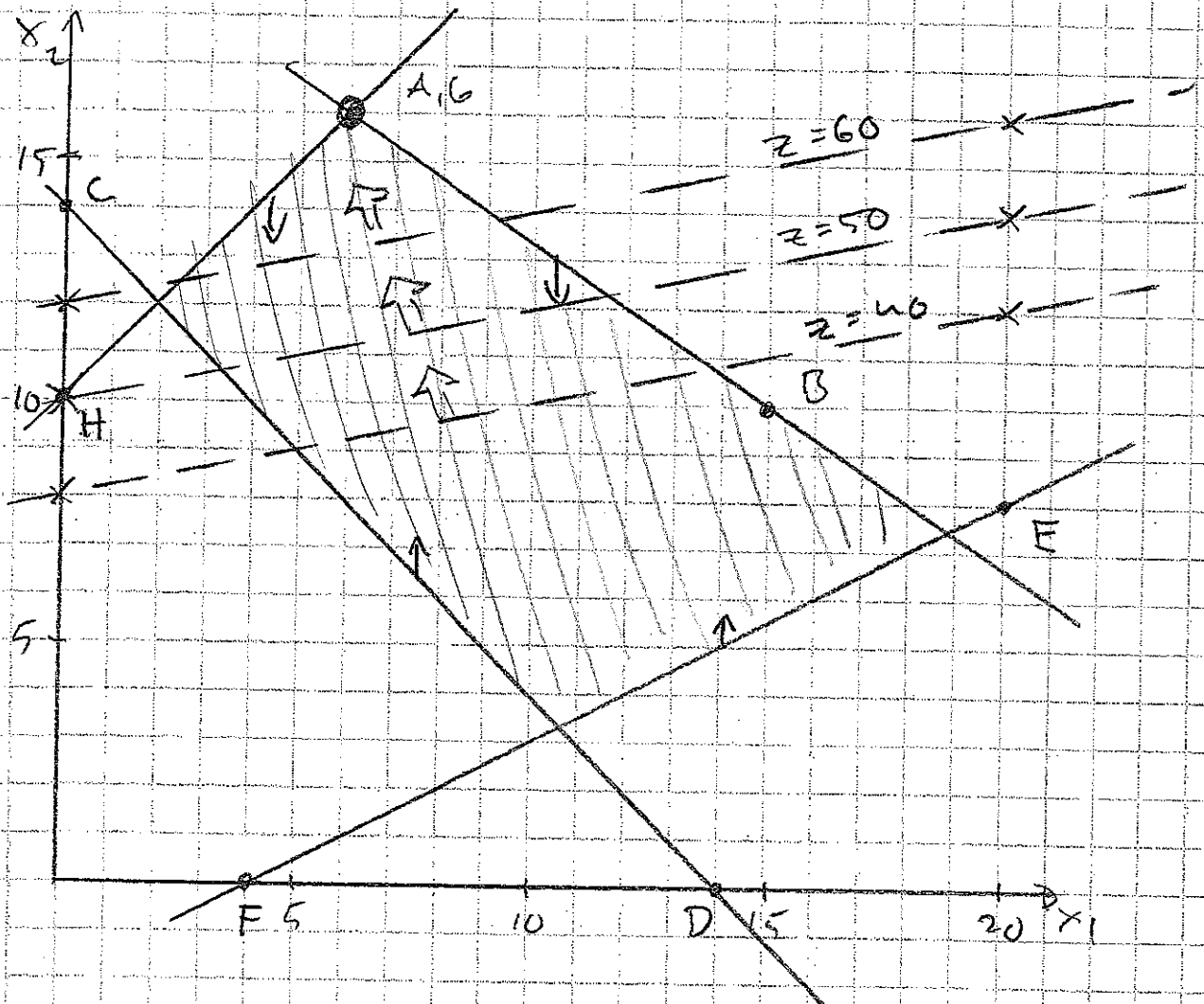
$E = (20, 8), F = (4, 0) \quad \uparrow \text{yläp. käyppä}$

R4: $-x_1 + x_2 \leq 10$

$G = (6, 16), H = (0, 10) \quad \downarrow \text{alap. käyppä}$



5. a) Merkitse tehtävässä 4 piirrettyyn kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon 40 ($-x_1 + 5x_2 = 40$), merkitse kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon 50 ($-x_1 + 5x_2 = 50$) ja merkitse kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon 60 ($-x_1 + 5x_2 = 60$).
- b) Missä käyvän alueen pisteessä tavoitefunktio saa suurimman mahdollisen arvonsa ja mikä se arvo on?



a)

$$-x_1 + 5x_2 = 40$$

$$I = (0, 8), J = (20, 12)$$

$$-x_1 + 5x_2 = 50$$

$$K = (0, 10), L = (20, 14)$$

$$-x_1 + 5x_2 = 60$$

$$M = (0, 12), N = (20, 16)$$

b) optimin' pisteet

$$A \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 16 \end{cases}$$

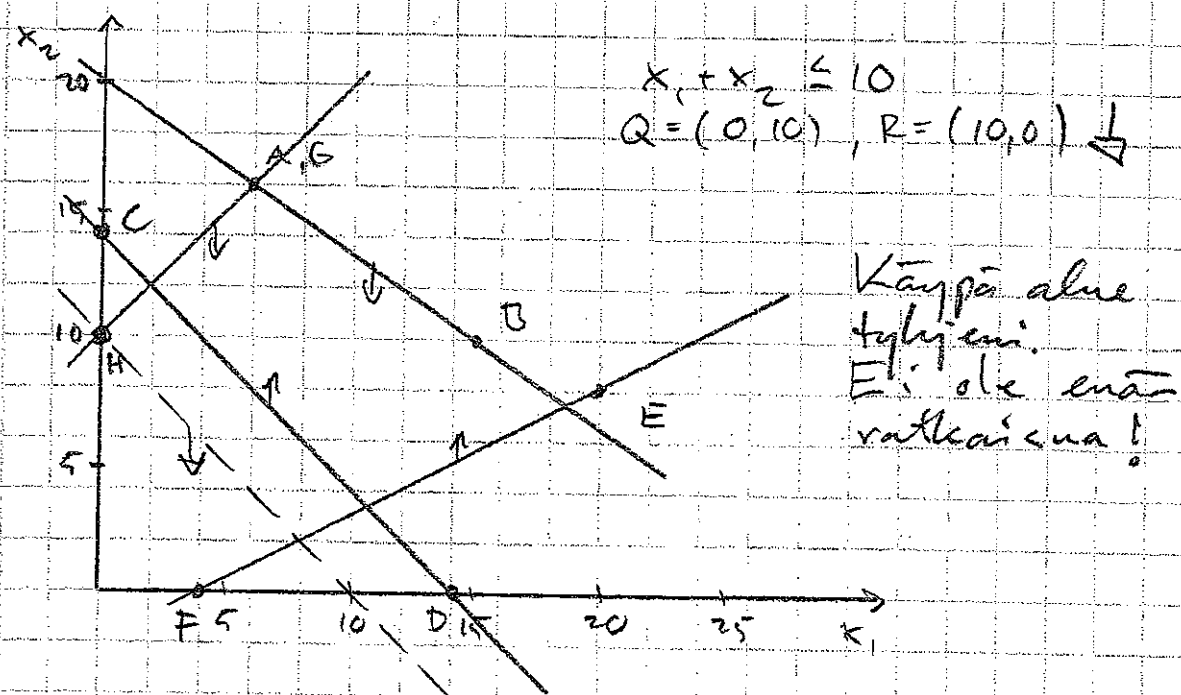
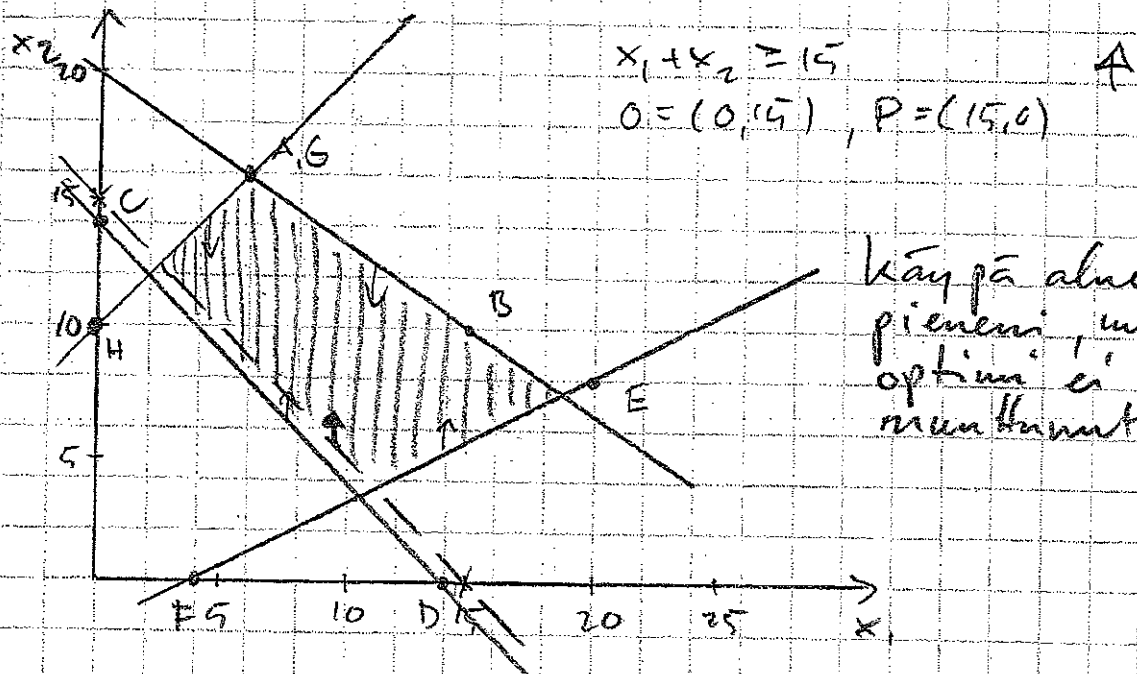
$$z = -6 + 5 \cdot 16 = 74$$

6. a) Miten tehtävän 5 optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \geq 15$$

b) Miten edellisen tehtävän optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \leq 10$$



7. Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. Tuotteen A valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 12min ja raaka-ainetta 15kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden a-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5 euroa ja yhden b-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7 euroa. Mahdollisesti käyttämättä jäänyt muoviraaka-aine voidaan myydä hintaan 50 euroa/tonni. Määrittele päätösmuuttujat ja muodosta lp-malli myyntivoiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

x_1 = A:n valmistus määrä per viikko
 x_2 = B:n " " " " " "
 x_3 = raaka-aineen myynti kg/vko

rajoitukset

$$\begin{aligned} 10x_1 + 15x_2 + x_3 &\leq 2500 && (\text{kg/vko}) \\ 15x_1 + 12x_2 &\leq 60 \cdot 40 && (\text{min/vko}) \end{aligned}$$

Tavoitefunktio $z = 5x_1 + 7x_2 + 0,05x_3$

LP-malli

$$\begin{aligned} \max z &= 5x_1 + 7x_2 + 0,05x_3 \\ \text{ehdoin} \quad &10x_1 + 15x_2 + x_3 \leq 2500 \\ &15x_1 + 12x_2 \leq 2400 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

LINDO