

Kertausta Talousmatematiikan perusteista

Ensimmäinen välikoe

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo, sisäinen korkokanta

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäinen
korkokanta

yhtälöt ja epäyhtälöt

luokittelu

- ▶ 1. asteen yhtälö
- ▶ 1. asteen epäyhtälö
- ▶ 2. asteen yhtälö
- ▶ 2. asteen epäyhtälö

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

Prosentti

Määritelmä

" b on p prosenttia a :sta."

$$b = \frac{p}{100} \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad p\% = \frac{b}{a} \cdot 100\%$$

missä

b = prosenttiarvo

p = prosenttiluku

a = perusarvo

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

Prosentti

Esimerkki 1

Yritys ostaa 2500kg raaka-ainetta, josta vettä on 12.5%.
Raaka-aineeseen lisätään kuivaa ainetta niin, että lisäyksen jälkeen vettä on 10.0% massasta. Miten paljon kuivaa ainetta tulee lisätä?

Ratkaisu: käytetään merkintöjä
 x = lisätyn kuiva-aineen määrää,
 v = veden määrä alussa.

Aluksi veden määrä on 12.5% ja lopuksi 10.0%. Siis

$$v = \frac{12.5}{100} \cdot 2500\text{kg} \quad \text{ja} \quad v = \frac{10}{100}(2500\text{kg} + x)$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

Prosentti

Esimerkki 1 jatkuu

Merkitään lausekkeet yhtäsuuriksi ja ratkaistaan x yhtälöstä.

$$\frac{12.5}{100} \cdot 2500\text{kg} = \frac{10}{100}(2500\text{kg} + x) \quad | \cdot 10$$

$$1.25 \cdot 2500\text{kg} = 2500\text{kg} + x$$

$$1.25 \cdot 2500\text{kg} - 2500\text{kg} = x$$

$$x = 625\text{kg}$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäinen
korkokanta

funktiot

sanoja

- ▶ relaatio, kuvaus ja funktio
- ▶ (injektio, surjektio, bijektio)
- ▶ käänteiskuvaus
- ▶ yhdistetty kuvaus
- ▶ kasvava ja vähenevä funktio
- ▶ (konvekxi ja konkavi funktio)
- ▶ lineaarinen interpolointi
- ▶ raja-arvo ja jatkuvuus

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

derivaatta

aiheet

- ▶ derivaatan määritelmä erotusosamäärän raja-arvona
- ▶ kaavat
- ▶ (differentiaali vs. interpolointi)
- ▶ jatkuvan funktion ääriarvo suljetulla välillä
- ▶ (korkeamman kertaluvun derivaatat)
- ▶ osittaisderivaatta

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

rajasuureet ja jousto

määritelmät

- ▶ $R(q)$ = tuottofunktio (€ /kk)
- ▶ $MR(q) = \frac{dR}{dq}$ = rajatuotto (€ /kk/kpl)
- ▶ $C(q)$ = kustannusfunktio (€ /kk)
- ▶ $MC(q) = \frac{dC}{dq}$ = rajakustannus (€ /kk/kpl)
- ▶ y :n jousto x :n suhteen
= y :n suhteellinen muutos jaettuna x :n suhteellisella muutoksella

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

voitonmaksimointi

määritelmät

- ▶ $MC = MR$
- ▶ kysyntäfunktio $p = a - bq$
- ▶ tuottofunktio $R = aq - bq^2$
- ▶ rajatuotto $MR = a - 2bq$
- ▶ $MC(q) = \frac{\partial C}{\partial q}$ ja $C(q) = \int MC(q) dq + FC$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäinen
korkokanta

varastomallit

määritelmät

- ▶ D = kysyntä ($[D] = \text{kpl/vuosi}$)
- ▶ K = tilauskustannus ($[K] = \text{euro}$)
- ▶ h = yksikköylläpitokustannus ($[h] = \text{euro/kpl/vuosi}$)
- ▶ Perusmallin kaavat
$$q_0 = \sqrt{2KD/h}$$
$$TC_0 = TC(q_0) = \frac{KD}{q_0} + \frac{h}{2} \cdot q_0$$
- ▶ Puutemalli
- ▶ Tuotantomalli
- ▶ määrälennukset

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

määritelmät

- ▶ i = korkokanta
- ▶ $(1 + i)$ = korkotekijä
- ▶ yksinkertainen korkolasku
$$K_t = (1 + itK_0), 0 < t \leq 1$$
- ▶ koronkorko
$$K_t = (1 + i)^t K_0, t \in \mathbb{Z}$$
- ▶ jatkuva korkolasku
$$K_t = (1 + i)^t K_0, t \in \mathbb{R}$$
- ▶ korkointensiteetti $e^{\rho} = 1 + i_{\text{vuosi}}$
$$K_t = e^{\rho t} K_0, t \in \mathbb{R}$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

Vuosijakso ja kuukausijakso

Vuosijakso ja kuukausijakso

$$(1 + i_{tod}) = (1 + i_{kk})^{12}$$

(a) Jos todellinen vuosikorko on 4,5%, niin

$$(1 + i_{kk}) = 1,045^{1/12}$$

(b) Jos kuukausikorkokanta on 0,004525125, niin

$$(1 + i_{tod}) = 1,004525125^{12}$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

Diskonttaus

Pääoman kasvu

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

(a) Prolongoinnissa lasketaan loppupääoma

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

(b) Diskonttauksessa lasketaan alkupääoma

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i)^n} = (1 + i)^{-n} K_0 = e^{-\rho n} K_0$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

tasaerälaina ja osamaksukauppa

määritelmät

- ▶ kuukausikorkokanta $i = (1 + i_a)^{1/12} - 1$
- ▶ kuoletuskerroin $c = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)}$
- ▶ annuiteetti $k = cK_0$
- ▶ osamaksukauppa $k = c(H - h + m)$
missä H = käteishinta, h = käsiraha, m = osamaksulisä

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

Kassavirran nykyarvo

$$NNA = k_0 + \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{(1+i)^j}$$

Vakiotulovirta ($k_j = k, \forall j$)

$$NNA = k_0 + a_{n;i}k$$

Äärettömän pitkä vakiotulovirta

$$NNA = k_0 + \frac{k}{i}$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäisen
korkokanta

Projektin nykyarvo

Projektin nykyarvo (n = projektin kesto, H = perusinvestointi hetkellä 0, JA = jäännösarvo hetkellä n)

$$NNA = -H + \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{(1+i)^j} + \frac{JA}{(1+i)^n}$$

Jos $NNA > 0$, niin ”projekti on kannattava käytetyllä laskentakorolla.”

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäinen
korkokanta

Sisäinen korkokanta

Sisäinen korkokanta i_{sis} on se laskentakorko, jolla $NNA = 0$.

Jos sisäinen korkokanta on suurempi kuin tuottovaatimus, niin ”projekti antaa riittävän hyvän koron siihen sijoitetulle rahalle, ja on siis kannattava.”

Sisäistä korkokantaa ei aina ole olemassa. Jos alun negatiivisia nettotuloksia seuraa loppuprojektin positiiviset nettotulokset, niin sisäinen korkokanta on olemassa.

Sisäinen korkokanta kuvaa projektin kykyä antaa siihen sijoitetut rahat takaisin korkoineen.

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo,
sisäinen
korkokanta