

Kertausta Talousmatematiikan perusteista

Toinen välikoe

LP-mallit

Jatkuva korkolasku ja integrointi

Jatkuvan kassavirran nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin kääntäminen

Indeksit

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

- ▶ päätösmuuttujat $(x_1, x_2, \dots)$
- ▶ tavoitefunktio $(z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots)$
- ▶ rajoitteet $(a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots \leq b_i)$
- ▶ Mallin Formaatti
- ▶ käypä alue
- ▶ Optimipisteen määrittäminen
- ▶ Vastaus

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointiJatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

Diskonttaus ja prolongointi

$$1 + i_a = e^{\rho}$$

$$K_t = (1 + i_a)^t K_0 = e^{\rho t} K_0$$

$$K_0 = \frac{K_t}{(1 + i_a)^t} = e^{-\rho t} K_t$$

Jatkuvan vakiotulovirran nykyarvo

$$NPV = \frac{k}{\rho}$$

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

Integraalifunktio $\int f(x) dx$ on se funktio $F(x)$, jolle $F'(x) = f(x)$.

Tämä on osattava ajatella läpi polynomifunktion tapauksessa.

esim.

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x^2 + 2x + 3 \\ \Rightarrow \int f(x) dx &= \frac{5}{2+1}x^{2+1} + \frac{2}{1+1}x^{1+1} + \frac{3}{0+1}x^{0+1} + C \\ &= \frac{5}{3}x^3 + x^2 + 3x + C \end{aligned}$$

Tarkistus

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{5}{3}x^3 + x^2 + 3x + C \right) = 5x^2 + 2x + 3$$

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

Määrätty integraali $\int_a^b f(x) dx$ on integraalifunktion arvo ylärajalla miinus integraalifunktion arvo alarajalla.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

esim.

$$\begin{aligned}\int_2^3 (5x^2 + 2x + 3) dx &= \left/ \right/ _2^3 \left(\frac{5}{3} x^3 + x^2 + 3x \right) \\ &= \left(\frac{5}{3} \cdot 3^3 + 3^2 + 3 \cdot 3 \right) - \left(\frac{5}{3} \cdot 2^3 + 2^2 + 3 \cdot 2 \right) \\ &= (45 + 9 + 9) - \left(\frac{40}{3} + 4 + 6 \right) \\ &= 39 \frac{2}{3} \approx 39,67\end{aligned}$$

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

Olkoon $f(t)$ jatkuva kassavirta (yksikkönä €/aikayksikkö).

$F(t) = \int f(t) dt$ on kassaan kertynyt pääoma hetkellä t .
(vakiotermi C on pohjakassa hetkellä $t = 0$.)

$\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = F(t_2) - F(t_1)$ on kassaan aikavälillä $[t_1, t_2]$ kertynyt pääoma (siis kassan muutos, kassa hetkellä t_2 - kassa hetkellä t_1).

$\int_{t_1}^{t_2} e^{t_0-t} f(t) dt$ on kassaan aikavälillä $[t_1, t_2]$ tulevan kassavirran hetkeen t_0 diskontattu arvo.

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

- ▶ Rivioperaatiot, pivointi
- ▶ Kolmiomuodossa olevan yhtälöryhmän ratkaiseminen
- ▶ Milloin $R_j = \emptyset$
- ▶ Milloin ratkaisuja on monta
- ▶ Homogeeninen yhtälöryhmä

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

- ▶ Määritelmä
- ▶ Mitä tarkoittaa: "paikka ij "
- ▶ Mitä tarkoittaa $m \times n$ -matriisi
- ▶ Yhteen- ja kertolasku
- ▶ Järjestyksellä on väliä. Yleensä $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$.
- ▶ Transponointi ($(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$)
- ▶ Käänteismatriisin määritelmä ($(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$)
- ▶ Matriisin kääntäminen rivioperaatioiden avulla

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

- ▶ Määritelmä
- ▶ Ominaisuudet
- ▶ Minori
- ▶ Determinantin laskeminen
- ▶ Cramerin kaavat

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

- ▶ Rivioperaatioiden avulla
- ▶ Kofaktori
- ▶ Adjungaatti
- ▶ $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\text{Det}(\mathbf{A})} \text{Adj}(\mathbf{A})$

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

- ▶ Vertailuvuosi t vs. perusvuosi t_0
- ▶ Perusvuoden indeksi on $X_{t_0,t_0} = 100$
- ▶ $X_{t_0,t} = \frac{p_t}{p_{t_0}} \cdot 100$
- ▶ vuodesta t_1 vuoteen t_2 keskimääräinen hintatason kasvutekijä (geometric mean) on

$$r = (X_{t_0,t_2}/X_{t_0,t_1})^{1/(t_2-t_1)}$$

- ▶ Inflaatiokorko $= (1 - r) \cdot 100\%$

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointiJatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

- ▶ Vertailuvuosi t vs. perusvuosi t_0
- ▶ Perusvuoden indeksi on $P_{t_0,t_0} = 100$
- ▶ Hintaindeksi

$$P_{t_0,t} = \frac{\sum_k w_k p_{k,t}}{\sum_k w_k p_{k,t_0}} \cdot 100$$

- ▶ Laspeyresin indeksissä painokertoimet ovat perusvuoden määrät $w_k = q_{k,t_0}$. Paaschenin indeksissä painokertoimet ovat vertailuvuoden määrät $w_k = q_{k,t}$.
- ▶ Fisherin hintaindeksi on edellisten keskiarvo

$$P_{t_0,t}^F = \sqrt{P_{t_0,t}^L \cdot P_{t_0,t}^P}$$

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointiJatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit

► Volyymi-indeksi

$$Q_{t_0,t} = \frac{\sum_k w_k q_{k,t}}{\sum_k w_k q_{k,t_0}} \cdot 100$$

- Laspeyresin indeksissä painokertoimet ovat perusvuoden hinnat $w_k = p_{k,t_0}$. Paaschenin indeksissä painokertoimet ovat vertailuvuoden hinnat $w_k = p_{k,t}$.

- Fisherin hintaindeksi on edellisten keskiarvo

$$Q_{t_0,t}^F = \sqrt{Q_{t_0,t}^L \cdot Q_{t_0,t}^P}$$

Aiheet

LP-mallit

Jatkuva korkolasku
ja integrointi

Jatkuvan
kassavirran
nykyarvo

Yhtälöryhmä

Matriisit

Determinantti

Matriisin
kääntäminen

Indeksit