

Yksinkertainen korkolasku

Koronkorko

Jatkuva korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Tarkastellaan tilannetta, jossa pääomalle maksetaan korkoa. Tulemme seuraavassa systemaattisesti käyttämään seuraavia merkintöjä

K_0 = alkupääoma

p = korkoprosentti

i = $\frac{p}{100}$ = korkokanta

t = korkoaika ($t \leq 1$)

p.a. = "per annum" (korkojakso = vuosi)

p.s. = "per semester" (korkojakso = puoli vuotta)

p.q. = "per quartal" (korkojakso = neljännesvuosi)

ΔK = itK_0 = pääoman lisäys eli korko

K_t = $(1 + it)K_0$ = kasvanut pääoma

Saksalaisen korkolaskun periaate:

- ▶ Vuosi on 360 päivää
- ▶ Kuukausi on 30 päivää

Esimerkki. Lasketaan korko 1000€ pääomalle ajalta 13.3. – 4.7., kun korko on 12.0% (p.a.) ja käytetään saksalaista korkolaskua.

maaliskuussa	17	päivää
huhti-kesäkuu	$3 \cdot 30 = 90$	päivää
heinäkuussa	4	päivää
<hr/>		
yhteensä	111	päivää

$$t = 111/360 \quad \rightarrow \quad \Delta K = itK_0 = 0.12 \cdot \frac{111}{360} \cdot 1000\text{€} = 37.00\text{€}$$

Englantilaisen korkolaskun periaate:

- ▶ Vuosi on 365 päivää
- ▶ Lasketaan todellinen päivien lukumäärä

Esimerkki. Lasketaan korko 1000€ pääomalle ajalta 13.3. – 4.7., kun korko on 12.0% (p.a.) ja käytetään englantilaista korkolaskua.

maaliskuussa	18	päivää
huhti-kesäkuu	$30 + 31 + 30 = 91$	päivää
heinäkuussa	4	päivää
<hr/>		
yhteensä	113	päivää

$$t = 113/365 \quad \rightarrow \quad \Delta K = itK_0 = 0.12 \cdot \frac{113}{365} \cdot 1000\text{€} = 37.15\text{€}$$

Ranskalaisen korkolaskun periaate:

- ▶ Vuosi on 360 päivää
- ▶ Lasketaan todellinen päivien lukumäärä

Esimerkki. Lasketaan korko 1000€ pääomalle ajalta 13.3. – 4.7., kun korko on 12.0% (p.a.) ja käytetään ranskalaista korkolaskua.

maaliskuussa	18	päivää
huhti-kesäkuu	$30 + 31 + 30 = 91$	päivää
heinäkuussa	4	päivää
<hr/>		
yhteensä	113	päivää

$$t = 113/360 \rightarrow \Delta K = itK_0 = 0.12 \cdot \frac{113}{360} \cdot 1000\text{€} = 37.67\text{€}$$

Jokaisen korkojakson kuluttua pääomaan lisätään korko $\Delta K = iK_0$. Silloin kasvanut pääoma on

$$K_1 = K_0 + iK_0 = (1 + i)K_0,$$

eli alkupääoma kerrotaan tekijällä $(1 + i)$.

Jos pääoma K_0 kasvaa korkoa korolle n korkojaksoa, niin n :n jakson lopussa kasvanut pääoma on

$$K_n = (1 + i)^n K_0.$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Koronkoron merkinnät ja kaavat ovat

K_0	= alkupääoma
p	= korkoprosentti (jaksoon liittyvä)
i	= $\frac{p}{100}$ = korkokanta (jaksoon liittyvä)
$(1 + i)$	= korkotekijä (jaksoon liittyvä)
n	= korkoaikaan sisältyvien jaksojen määrä ($n \in \mathbb{N}$)
m	= vuoteen sisältyvien jaksojen määrä ($m \in \mathbb{N}$)
	p.a. = "per annum" (korkojakso = vuosi, $m = 1$)
	p.s. = "per semester" (korkojakso = puoli vuotta, $m = 2$)
	p.q. = "per quartal" (korkojakso = neljännesvuosi, $m = 4$)
K_n	= $(1 + i)^n K_0$ = kasvanut pääoma
i_{tod}	= todellinen vuosikorkokanta
$(1 + i_{tod})$	= $(1 + i)^m$ = todellinen vuosikorkotekijä

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Esimerkki 1. Olkoon korkojakso puoli vuotta ($m = 2$), ja olkoon jakson korkokanta $0.036 = 0.072/2$. Silloin

$$(1 + i_{tod}) = 1.036^2 = 1.073296,$$

joten todellinen vuosikorko on 7.33%.

Esimerkki 2. Olkoon korkojakso neljännesvuosi ($m = 4$), ja olkoon jakson korkokanta $0.018 = 0.072/4$. Silloin

$$(1 + i_{tod}) = 1.018^4 = 1.073967,$$

joten todellinen vuosikorko on 7.40%.

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Esimerkki 3. Olkoon korkojakso kuukausi ($m = 12$), ja olkoon jakson korkokanta $0.006 = 0.072/12$. Silloin

$$(1 + i_{tod}) = 1.006^{12} = 1.074424,$$

joten todellinen vuosikorko on 7.44%.

Esimerkki 4. Olkoon korkojakso päivä ($m = 360$), ja olkoon jakson korkokanta $0.0002 = 0.076/360$. Silloin

$$(1 + i_{tod}) = 1.0002^{360} = 1.0746476,$$

joten todellinen vuosikorko on 7.46%.

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Erot eivät edellä olleet kovin suuria. Jos otetaan lyhytaikaista velkaa korkealla päiväkorolla, niin todellinen vuosikorko saattaa olla yllättävän iso.

Esimerkki 5. Jos otetaan lyhytaikainen laina 0.5% päiväkorolla, niin moni ajattelee sen tekevän noin 15% kuukaudessa ja noin 180% vuodessa. Todellisuudessa silloin

$$(1 + i_{tod}) = 1.005^{360} = 6.0225752$$

joten todellinen vuosikorko on 502.26%.

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Esimerkki 6. Määritä se kuukausikorkokanta, jolla todellinen vuosikorko on 15.00%. Merkitään kysyttyä kuukausikorkokantaa i :llä.

$$(1 + i)^{12} = 1.1500$$

$$((1 + i)^{12})^{1/12} = 1.1500^{1/12}$$

$$(1 + i) = 1.1500^{1/12} = 1.011714917$$

joten kysytty kuukausikorkokanta on 0.011714917.

Jatkossa kaikissa laskuissa lähdetään liikkeelle todellisesta vuosikorosta. Korkojakson (esim. kuukausijakson) korkokanta valitaan niin, että todelliseksi vuosikoroksi tulee valittu korko.

Esimerkki 1. Sovitaan, että lainan todellinen vuosikorko on 6.00%. Määritä tähän todelliseen vuosikorkoon liittyvä kuukausijakson korkokanta i .

$$(1 + i)^{12} = 1.06$$

$$(1 + i) = 1.06^{1/12} = 1.004867550565$$

$$i = 0,004867550565$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Esimerkki 2. Sovitaan, että lainan todellinen vuosikorko on 6.00%. Määritä tähän todelliseen vuosikorkoon liittyvä neljännesvuosi-jakson korkokanta i_q .

$$(1 + i_q)^4 = 1.06$$

$$(1 + i_q) = 1.06^{1/4} = 1.014673846169$$

$$i_q = 0.014673846169$$

Tarkastellaan seuraavaksi tilannetta, jossa korkoaika t ei ole kuukauden monikerta.

Olkoon 1000€:n lainalle sovittu todellinen vuosikorko 6.00% ja korkoaika kolme kuukautta ja 7 päivää, eli saksalaisella tavalla laskettuna 97 päivää ($t = 97/360$).

Siirrymme päiväjaksoon, jolloin päiväjakson **korkotekijä** on

$$(1 + i) = 1.06^{1/360}.$$

Korkoaajan lopussa laina maksetaan takaisin korkoineen. Korkoaajan lopussa lainan kasvanut pääoma saadaan koronkorolla

$$\begin{aligned} K_t &= (1 + i)^{97} K_0 = \left(1.06^{1/360}\right)^{97} K_0 = 1.06^{(97/360)} \cdot 1000\text{€} = 1015.82\text{€} \\ &= (1 + i_{tod})^t K_0 \end{aligned}$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Usein merkitään

$$(1 + i_{tod}) = e^{\rho},$$

missä ρ on **korkointensiteetti**.

Edellisen perusteella siis

$$\rho = \ln(1 + i_{tod}).$$

Jatkuvan korkolaskun kaavat voidaan nyt tiivistää seuraaviksi

$$K_t = (1 + i_{tod})^t \cdot K_0$$

$$K_t = e^{\rho t} \cdot K_0$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Muutama kommentti kaavoihin

$$(1) \quad (1 + i_{tod}) = e^{\rho}$$

$$(2) \quad K_t = e^{\rho t} K_0$$

- ▶ Kaavassa (1) korkointensiteetti ρ on paljas luku, mutta se liittyy vuosijaksoon.
- ▶ Kaavassa (2) korkointensiteetin ρ yksikkö on $\frac{1}{\text{vuosi}}$, sillä eksponentin ρt pitää nyt olla paljas luku.
- ▶ Tämän kurssin aikana ρ aina liitetään vuosijaksoon.

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

Koronkorko-lasku:

$$K_n = (1 + i)^n K_0, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i_{tod})^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \quad t \in \mathbb{R}$$

Edellä aina laskettiin kasvanut pääoma alkupääoman ja koron perusteella. Seuraavaksi pohdimme käänteistä ongelmaa:

"Miten suuri tulee alkupääoman K_0 olla, jotta n jakson kuluttua kasvanut pääoma olisi K_n , kun jakson korkotekijä on $(1 + i)$?"

vastaus:
$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i)^n}$$

"Miten suuri tulee alkupääoman K_0 olla, jotta ajan t kuluttua kasvanut pääoma olisi K_t , kun todellinen vuosikorkotekijä on $(1 + i_{tod})$?"

vastaus:
$$K_0 = \frac{K_t}{(1 + i_{tod})^t} = e^{-\rho t} K_t$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Esimerkki 1. Yrittäjä tietää joutuvansa maksamaan 1000€ maksun kahden ja puolen vuoden kuluttua ($n = 30$ kuukautta, $t = 2.5$ vuotta). Yrittäjällä on mahdollisuus tehdä pitkäaikais-sijoitus 10% todellisella vuosikorolla. Miten suuri sijoitus tulee tehdä, jotta maksu voidaan aikanaan hoitaa kasvaneella pääomalla?

$$\text{kuukausikorkotekijä} = (1 + i) = 1.10^{1/12}.$$

Koronkoron kaavalla

$$K_0 = \frac{K_{30}}{(1 + i)^n} = \frac{1000\text{€}}{1.10^{30/12}} = 787.99\text{€}$$

Jatkuvan korkolaskun kaavalla

$$K_0 = \frac{K_t}{(1 + i_{\text{tod}})^t} = \frac{1000\text{€}}{1.10^{2.5}} = 787.99\text{€}$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Korkointensiteetin avulla

$$\begin{aligned}\rho &= \ln(1.10) = 0,095310179804 \\ K_0 &= e^{-\rho t} K_t \\ &= e^{-0,095310179804 \cdot 2.5} \cdot 1000\text{€} = 787.99\text{€}\end{aligned}$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Esimerkki 2. Nuori mies saa perintönä 1000€, mutta testamentissa säädetään, että hän saa summan vasta 2,5 vuoden kuluttua.

Nuori mies sopii pankin kanssa lainasta 10% todellisella vuosikorolla. Laina mitoitetaan siten, että kahden ja puolen vuoden kuluttua perinnöllä hoidetaan laina korkoineen pois. Lainan määrä on silloin

$$\frac{1000\text{€}}{1.10^{2.5}} = 787.99\text{€}$$

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus

Olkoon n :n jakson lopussa loppupääoma K_n , ja olkoon laskuissa käytetty vuosikorkokanta $i_{tod} = p/100$.

Kun laskemme alkupääoman

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i_{tod})^n}$$

niin sanomme, että

” K_0 saatiin diskonttaamalla loppupääoma n jakson yli nykyhetken $p\%$ laskentakorolla.”

Esimerkissä 1 meno 1000€ diskontattiin 10% laskentakorolla nykyhetken 30 kk-jakson (eli 2,5 vuoden) yli.

Esimerkissä 2 tulo 1000€ diskontattiin 10% laskentakorolla nykyhetken 30 kk-jakson (eli 2,5 vuoden) yli.

Aiheet

Yksinkertainen
korkolasku

Koronkorko

Jatkuva
korkolasku

Korko-kaavat

Diskonttaus