

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

2. harjoitus, (ti 6.8.2013)

1. Piirrä funktion $f(x) = 5 + x - 0.1x^2$ kuvaaja. Missä funktio on kasvava ja missä se on vähenevä? (Ohje: Piirrä kuvaaja välille $0 \leq x \leq 10$.)

2. Piirrä välillä $0 \leq x \leq 5$ kuvaajat funktioille

$$f(x) = x^2 - 2x, \quad g(x) = 2x - 1$$

x	$f(x) = x^2 - 2x$	x	$g(x) = 2x - 1$
0.0		0.0	
0.5		1.0	
1.0		2.0	
2.0		3.0	
3.0		4.0	
4.0		5.0	
5.0			

3. Ovatko tehtävän 8 funktiot $f(x)$ ja $g(x)$ kasvavia välillä $0 \leq x \leq 5$?

4. Ratkaise

$$\text{a) } 1.05^x = 1.25 \quad \text{b) } (1.05)^x \geq 1.25$$

5. Yritys haluaa lisätä valmistamansa tuotteen myyntiä. Tätä varten yritys joutuu laskemaan tuotteensa myyntihintaa. Markkinointiosasto selvitti kysyntää ja arvelee, että yritys saa myytyä q tuotetta (viikossa), jos tuotteen myyntihinta on $p = 20 - 0.25q$ (euroa). Mikä pitää myyntihinnan olla, jos yritys haluaa, että myynnistä kertyy viikossa vähintään 375 euroa?

6. Yritys valmistaa kappaletavaraa q kappaletta viikossa. Yhden kappaleen materiaali- ja palkkakustannus on 7 €, joten tuotannon määrästä riippuvat muuttuvat kustannukset ovat $VC = 7q$ (€ viikossa). Yrityksen kiinteät kustannukset ovat $FC = 11250$ (€ viikossa). Lisäksi ahtaiden tuotantotilojen ja varastointiongelmien takia joudutaan turvautumaan ylityöhön, josta aiheutuu kustannuserä $LC = 0.005q^2$ (€ viikossa). Kokonaiskustannus viikossa on siis $TC(q) = FC + VC + LC = 11250 + 7q + 0.005q^2$. Tuotteen myyntihinta on 30€, joten tuottofunktio on $TR = 30q$ (€ viikossa) ja voittofunktio on $P(q) = TR - TC = 23q - 0.005q^2 - 11250$ (€ viikossa). Piirrä voittofunktion $P(q)$ ja yksikkökustannusfunktion $AC(q) = TC(q)/q$ kuvaajat kun $0 < q < 3000$. Mikä on $AC(q)$:n yksikkö? Mikä on mielestäsi järkevä tuotannon määrä?

(Ohje: yksiköt $[q] = \frac{\text{kpl}}{\text{vko}}$, $[P] = \frac{\text{€}}{\text{vko}}$, $[AC] = \frac{\text{€}}{\text{kpl}}$)

7. Laske tehtävässä 6 esiintyneen voittofunktion derivaatta, eli

$$P'(q) = \frac{dP}{dq}.$$

Millä q :n arvolla $P'(q) = 0$? Tarkista tehtävän 6 kuvan avulla nollakohdan paikka. Millä q :n arvoilla $P'(q) \geq 0$? Tarkista tämäkin tehtävän 6 kuvan avulla.

8. Laske derivaatat

$$a) \quad f'(3), \quad \text{kun } f(x) = 3x^2 - 5x,$$

$$b) \quad g'(x), \quad \text{kun } g(x) = 4x^2 - 3x + 5,$$

$$c) \quad h'(x), \quad \text{kun } h(x) = 32x \cdot (x^2 - 1)$$

9.(Rajatuotto ja rajakustannus) Erään tuotteen kustannusfunktio on $C(q) = 0.005q^2 + 6q + 200$.

a) Määritä rajakustannus $MC(q) = C'(q)$, yksikkökustannus $AC(q) = C(q)/q$ ja kiinteät kustannukset $FC = C(0)$.

b) Minkä arvon edellä mainitut funktiot saavat, kun tuotannon määrä on $q = 100$?