

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

7. harjoitus, (ke 21.8.2013)

1. Laske integraalit

$$\text{a) } \int e^{2x} dx \quad \text{b) } \int_1^4 e^{2x} dx$$

2. Jatkuvan korkolaskun mukainen vakiokassavirran nykyarvo (kun kassavirran voimakkuus on k ja kassavirta alkaa hetkellä t_1 ja päättyy hetkellä t_2) on teorian mukaan

$$NPV = \int_{t_1}^{t_2} k e^{-\rho t} dt = \frac{k}{\rho} (e^{-\rho t_1} - e^{-\rho t_2})$$

Olkoon $k = 1200 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} = 100 \frac{\text{€}}{\text{kk}}$, $t_1 = 0$ vuotta = 0kk, $t_2 = 1,25$ vuotta = 15kk. Todellinen vuosikorko on 5,50%, joten $(1 + i_{\text{tod}}) = 1,055$ ja $(1 + i_{\text{kk}}) = 1,055^{1/12}$. Korkointensiteetti on silloin

$$\rho = \ln(1 + i_{\text{tod}}) \frac{1}{\text{vuosi}} = \ln(1 + i_{\text{kk}}) \frac{1}{\text{kk}}.$$

- a) Laske NPV käyttäen kaavassa vuosi-jaksotuksen mukaisia arvoja.
- b) Laske NPV käyttäen kaavassa kuukausi-jaksotuksen mukaisia arvoja.
- c) Onko tuloksessa eroa? Miten asia selittyy?

3. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusajankohta on nyt 2000 ja vertailuajankohta 2010

tuote	2000			2010		
	p_0	q_0	a_0	p_t	q_t	a_t
1	15,00	100		10,00	300	
2	8,00	500		15,00	100	
3	30,00	20		20,00	200	

- a) Laske Laspeyres'in ja Paashenin hinta-indeksit.
- b) Kerro sanallisesti, miksi indeksit eroavat niin paljon.

4. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$$

5. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 3 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

6. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

7. Etsi ainakin yksi ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 3x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, b) $\mathbf{A} + \mathbf{C}$, c) $\mathbf{B} + \mathbf{C}$

9. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a) $\mathbf{AB}$, b) $\mathbf{BA}$, c) $\mathbf{AC}$, d) $\mathbf{CA}$, e) $\mathbf{C}^T \mathbf{A}$

10. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

tuote	A	B	C
hinta	2.50	0.50	1.00

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 & 1.0 \end{pmatrix}.$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

tuote	A	B	C
M-os	20	30	0
V-os	10	50	20
S-os	0	10	40
H-to	30	10	10

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

a) Laske matriisilauseke $\mathbf{pD}^T$. (Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?)

b) Onko lauseke $\mathbf{pD}$ järkevä (mikä sen arvo on)?

c) Onko lauseke $\mathbf{Dp}^T$ järkevä (mikä sen arvo on)?

d) Onko lauseke $\mathbf{Dp}$ järkevä (mikä sen arvo on)?

Indeksikaavoja

$$\text{Laspeyres} \quad P_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen} \quad P_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t;i}} \cdot 100$$