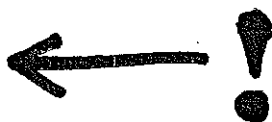


Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

1. välikoe 22.2.2007

Ratkaise 3 tehtävää.



1. a) Selitä lyhyesti mitä tarkoittaa y :n jousto x :n suhteen.
- b) Tuotteen kysynnän hintajousto on -2.1 . Tuotteen hinta on nyt 15.00 € ja kysyntä $25\,000$ tuotetta vuodessa. Miten tuotteen kysyntä muuttuu, kun hintaa nostetaan 5% ?

1a) y :n jousto x :n suhteen on y :n suhteellisen muutoksen suhde x :n suhteelliseen muutokseen

$$= \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) $\eta = -2.1$
 $p = 15.00 \text{ €}$
 $q = 25\,000 \frac{\text{kpl}}{\text{vuosi}}$
 p :n %-muutos $= 5\%$
 q :n %-muutos $= x$

$$\left. \begin{array}{l} \eta = -2.1 \\ p = 15.00 \text{ €} \\ q = 25\,000 \frac{\text{kpl}}{\text{vuosi}} \\ p \text{ :n } \% \text{-muutos} = 5\% \\ q \text{ :n } \% \text{-muutos} = x \end{array} \right\} \frac{x}{5\%} = -2.1$$

$$\Rightarrow x = -2.1 \cdot 5\% = -10.5\%$$

V: tuotteen kysyntä vähenee siis 10.5%

eli $-\frac{10.5}{100} \cdot 25\,000 \frac{\text{tuotetta}}{\text{vuosi}} = -2625 \frac{\text{tuotetta}}{\text{vuosi}}$

(Muuttunut kysyntä on

$$25\,000 \frac{\text{tuotetta}}{\text{vuosi}} - 2625 \frac{\text{tuotetta}}{\text{vuosi}} = 22\,375 \frac{\text{tuotetta}}{\text{vuosi}}$$

$$\approx 22\,400 \frac{\text{tuotetta}}{\text{vuosi}})$$

2. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 100 - 0.15q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.1q^2 + 35q + 700$.
- a) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?
- b) Millä tuotantomäärällä voitto ei ole negatiivinen? (Ts. $P(q) \geq 0$, jolloin ei "tehdä tappiota".)

$$\begin{aligned} a) \quad p &= 100 - 0.15q \\ R(q) &= pq = (100 - 0.15q)q \\ &= 100q - 0.15q^2 \\ MR(q) &= 100 - 0.3q \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} C(q) &= 0.1q^2 + 35q + 700 \\ MC(q) &= 0.2q + 35 \end{aligned} \right.$$

$$MC = MR$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 0.2q + 35 &= 100 - 0.3q \\ \Rightarrow 0.5q &= 65 & | \cdot 2 \\ \Rightarrow q &= 130 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad P(q) &\geq 0 \\ \Rightarrow R(q) - C(q) &\geq 0 \\ \Rightarrow (100q - 0.15q^2) - (0.1q^2 + 35q + 700) &\geq 0 \\ \Rightarrow -0.25q^2 + 65q - 700 &\geq 0 \\ &= \text{LHS} \end{aligned}$$

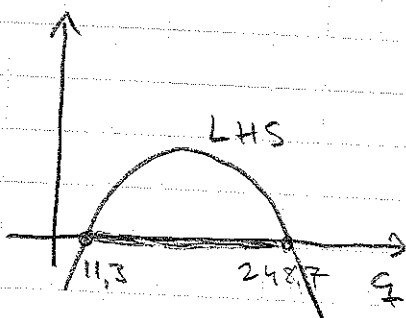
$$(*) \quad \underline{11.3 \leq q \leq 248.7}$$

$$(*) \quad \text{LHS} = 0$$

$$\Rightarrow -0.25q^2 + 65q - 700 = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{-65 \pm \sqrt{65^2 - 4 \cdot (-0.25) \cdot (-700)}}{2 \cdot (-0.25)} = \frac{-65 \pm \sqrt{3525}}{-0.5}$$

$$\Rightarrow q = 11.26 \quad \text{tai} \quad q = 248.74$$



3. a) Mikä on kuukausijaksoon liittyvä korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 7.25%?

b) Laske tasaerälainen annuiteetti, kun lainan määrä on 8000 €, laina-aika on 18 kuukautta, lainaa hoidetaan kuukausittain ja todellinen vuosikorko on 6,55%.

$$a) (1+i)^{12} = 1,0725$$

$$\Rightarrow i = 1,0725^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0,00584974095$$

$$b) n = 18$$

$$K_0 = 8000 \text{ €}$$

$$(1+i)^{12} = 1,0655$$

$$K = C K_0 = \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right) K_0$$

$$= \frac{[1,0655^{\frac{1}{12}} - 1] 1,0655^{18/12}}{1,0655^{18/12} - 1} \cdot 8000 \text{ €}$$

$$= 467,16 \text{ €}$$

4. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on 40 000 kg/vuosi. Tilauskustannus on 6.00 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 0.25 €/kg/kuukausi.

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko ja varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?

b) Raaka-aineen normaali ostohinta on 0.40 €/kg, josta raaka-aineen toimittaja tarjoaa 2%:n määräalennusta, jos tilaus on vähintään 300 kg. Mikä nyt on optimaalinen tilauserä?

$$c) D = 40\,000 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}$$

$$K = 6,00 \text{ €}$$

$$h = 0,25 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{kk}} = 3,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}$$

$$q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \text{ €} \cdot 40\,000 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}}{3 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}}} = \underline{\underline{400 \text{ kg}}}$$

$$TC_0 = \frac{KD}{q_0} + h \frac{q_0}{2} = \frac{6 \text{ €} \cdot 40\,000 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}}{400 \text{ kg}} + 3 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}} \cdot \frac{400 \text{ kg}}{2}$$

$$= 600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} = \underline{\underline{1200 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}}$$

b) Koska määräalennus raja (300 kg) on pienempi kuin $q_0 = 400 \text{ kg}$, kannattaa tilauseräksi valita $q = q_0 = 400 \text{ kg}$. Silloin varastot ovat optimaaliset ja lisäalennus saadaan ostosk! !

Vastaus a) $q_0 = 400 \text{ kg}$ $TC_0 = 1200 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$

b) $q_{\text{optin}} = q_0 = 400 \text{ kg}$