

Vaasan yliopisto, kevät 2007

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

2. välikoe 12.4.2007.

Korjaaja: Matti Laaksonen

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

1. Projektin perusinvestointi on 80 000 €. Projektin tuottaa nettokassavirran, joka on keskimäärin 1000 € kuukaudessa ja kestää 10 vuotta. Jäännösarvo on 5 000 €.

a) (1p) Piirrä kassavirtakaavio.

b) (2p) Laske projektin nettonykyarvo, kun laskentakorkona on 6.50% (tod. vuosikorko).

c) (3p) Kuvaile perusteellisemmin kuin vain luettelemalla kolme projektin kannattavuuden mittaria.

2. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ x \quad \quad - z = -4 \\ 2x + y + z = 10 \\ 2x - y \quad \quad = -1 \end{cases}$$

3. Olkoon

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Laske $\det(\mathbf{M})$, $\mathbf{M}^T$ ja $\mathbf{M}^{-1}$.

4. a) Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. tuotteen A valmistaminen vie aikaa 20min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 20kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on normaalisti käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden a-tuotteen myyntihinta on 8.25 € ja yhden b-tuotteen myyntihinta on 9.50 €. Raaka-aineen yksikköhinta on 0.125 €/kg ja työn hinta on 18.00 €/tunti. Muodosta LP-malli voiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia)

b) Ratkaise LP-malli

$$\begin{array}{llll} \max z = & x_1 & + & 4x_2 \\ \text{ehdoin} & 2x_1 & + & 2x_2 \leq 16 \\ & x_1 & + & 2x_2 \leq 12 \\ & x_1 & & \geq 2 \\ & & & x_2 \geq 0 \end{array}$$

Korkolasku:

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^\rho$$

Jaksolliset suoritukset

$$\begin{aligned} \text{prolongointitekijä } s_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ \text{diskonttaustekijä } a_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\ \text{kuoletuskerroin } c_{n,i} &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \end{aligned}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\begin{aligned} \text{annuiteetti } k &= c_{n,i} K_0 \\ \text{osamaksuerä } k &= c_{n,i} (H - h + m) \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Matriisikaavoja ($n \times n$) neliöatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä $\det(\mathbf{A}_{rs})$ on alkioon a_{rs} liittyvä minori

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$ on alkioon a_{ji} liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A})$$

Cramerin kaavat:

$$x_j = D_j / D$$