

Vaasan yliopisto, kevät 2007

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

2. välikoe 12.4.2007.

Korjaaja: Matti Laaksonen

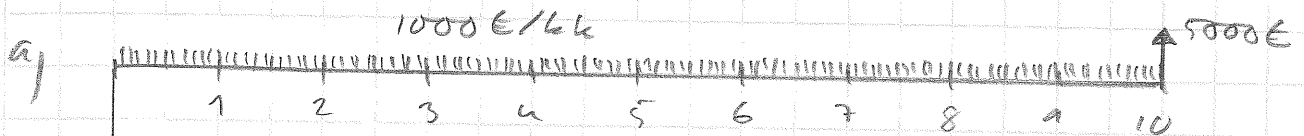
Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

1. Projektin perusinvestointi on 80 000 €. Projekti tuottaa nettokassavirran, joka on keskimäärin 1000 € kuukaudessa ja kestää 10 vuotta. Jäännösarvo on 5 000 €.

a) (1p) Piirrä kassavirtakaavio.

b) (2p) Laske projektin nettonykyarvo, kun laskentakorkona on 6.50% (tod. vuosikorko).

c) (3p) Kuvaile perusteellisemmin kuin vain luettelemalla kolme projektin kannattavuuden mittaria.



$$\begin{aligned} b) \text{ NPV} &= -80000 \text{ €} + \sum_{k=1}^{120} \frac{1000 \text{ €}}{(1,0650)^{k/12}} + \frac{5000 \text{ €}}{1,0650^{10}} \\ &= -80000 \text{ €} + \frac{1000 \text{ €} \cdot (1,0650^{10} - 1)}{[1,0650^{1/12} - 1] \cdot 1,0650^{10}} + \frac{5000 \text{ €}}{1,0650^{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -80000 \text{ €} &= -80000 \text{ €} + 88806,75 \text{ €} + 2663,63 \text{ €} \\ &= 11470,38 \text{ €} \end{aligned}$$

c) ks tehtävä 5c
kuvorintatissa 4.5.2007

2. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ x \quad \quad - z = -4 \\ 2x + y + z = 10 \\ 2x - y \quad \quad = -1 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \textcircled{1} & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow -1 \quad -2 \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & \textcircled{1} & -2 & -7 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -7 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow -3 \quad -1 \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -7 \\ 0 & 0 & 5 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x - y + z = 3 & (1) \\ y - 2z = -7 & (2) \\ 5z = 25 & (3) \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$(3) \rightarrow z = 5$$

$$(2) \rightarrow y - 2 \cdot 5 = -7 \rightarrow y = 3$$

$$(1) \rightarrow x - 3 + 5 = 3 \rightarrow x = 1$$

Vastaus $x=1, y=3, z=5$

3. Olkoon

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Laske $\det(M)$, M^T ja M^{-1} .

$$\begin{aligned} \det(M) &= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ &= (0 - 1) + (1 - 2) + 3(1 - 0) \\ &= -1 - 1 + 3 \\ &= \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$M^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -4$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \begin{pmatrix} M_{11} & -M_{21} & M_{31} \\ -M_{12} & M_{22} & -M_{32} \\ M_{13} & -M_{23} & M_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 1 & -5 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. a) Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. tuotteen A valmistaminen vie aikaa 20min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 20kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on normaalisti käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden a-tuotteen myyntihinta on 8.25 € ja yhden b-tuotteen myyntihinta on 9.50 €. Raaka-aineen yksikköhinta on 0.125 €/kg ja työn hinta on 18.00 €/tunti. Muodosta LP-malli voiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia)

b) Ratkaise LP-malli

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 4x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 2x_1 + 2x_2 &\leq 16 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 12 \\ x_1 &\geq 2 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

a) $x_1 =$ tuotteen A valmistus / viikko
 $x_2 =$ " " " " " " " "

taavoitefunktio

$$\begin{aligned} z &= x_1 \left(8,25 \text{ €} - \frac{20}{60} \text{ h} \cdot 18 \frac{\text{€}}{\text{h}} - 10 \text{ kg} \cdot 0,125 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \right) \\ &\quad + x_2 \left(9,50 \text{ €} - \frac{15}{60} \text{ h} \cdot 18 \frac{\text{€}}{\text{h}} - 20 \text{ kg} \cdot 0,125 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \right) \\ &= (x_1 + 2,5x_2) \text{ €} \end{aligned}$$

LP-malli

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2,5x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 20x_1 + 15x_2 &\leq 2400 \\ 10x_1 + 20x_2 &\leq 2500 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

