

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. harjoitus, viikko 3 (12.-16.1.09)

R1	ma	10-12	D115	R4	to	08-10	D115
R2	ma	14-16	D115	R5	to	14-16	D115
R3	ti	08-10	D115	R6	pe	08-10	D102
				R7	pe	12-14	D115

1. Sievennä seuraavat lausekkeet. Anna tulos murtolukuna ja desimaalilukuna. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

$$\text{a) } \frac{4}{5} - \frac{3}{4} \quad \text{b) } \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{5}} \quad \text{c) } \frac{5/3}{2/4}$$

2. Sievennä seuraavat lausekkeet. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

$$\text{a) } (0.2)^2 \cdot 5^2 \quad \text{b) } (0.2)^2 \cdot 5^4 \quad \text{c) } (0.2)^{-2} \cdot 5^4$$

3. Ratkaise seuraava yhtälö. Älä muuta kertoimia desimaaliluvuiksi, vaan laske kokonais- tai murtoluvuilla. Anna vastaus sekä murtolukuna, että desimaalilukuna kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

$$x + \frac{1}{5} = \frac{1}{20}x + 1$$

4. Ratkaise yhtälöt

$$\text{a) } 3x + 5 = 5x + 8 \quad \text{b) } 3(x + 1) = 5(x - 1) \quad \text{c) } 3x^2 + 4x + 1 = 0$$

5. Piirrä funktioiden $f(x) = 8 - 2x$ ja $g(x) = x + x^{-1}$ kuvaajat.

6. Yritys myy valmistamansa tuotteet 125 euron hintaan.

Kate (myyntitulo - valmistuskustannus) on 15 euroa per tuote (eli 12% myynnistä). Raaka-aineen hankintakustannus muodostaa 70% valmistuskustannuksista. Raaka-aineen hinta laskee 10%:lla. Muut valmistuskustannukset eivät muutu (työ yms.). Laske:

- Miten monta euroa kate kasvaa(per tuote)?
- Miten monta prosenttia kate kasvaa?
- Miten monta prosenttiyksikköä kate kasvaa?
- Miten muuttuu raaka-aineen hankintakustannuksen prosenttiosuus valmistuskustannuksista?

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. harjoitus, viikko 3 (12.-16.1.09)

R1	ma	10-12	D115	R4	to	08-10	D115
R2	ma	14-16	D115	R5	to	14-16	D115
R3	ti	08-10	D115	R6	pe	08-10	D102
				R7	pe	12-14	D115

1. Sievennä seuraavat lausekkeet. Anna tulos murtolukuna ja desimaalilukuna. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$ b) $\frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{5}}$ c) $\frac{5/3}{2/4}$

a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{1}{20} = \underline{\underline{0,05}}$

b) $\frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{5}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{4} = \underline{\underline{1,25}}$

c) $\frac{5/3}{2/4} = \frac{5}{3} \cdot \frac{4}{2} = \frac{20}{6} = \underline{\underline{3\frac{1}{3}}} = \underline{\underline{3,333}}$

2. Sievennä seuraavat lausekkeet. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

a) $(0,2)^2 \cdot 5^2$ b) $(0,2)^2 \cdot 5^4$ c) $(0,2)^{-2} \cdot 5^4$

a) $(0,2)^2 \cdot 5^2 = [0,2 \cdot 5]^2 = 1^2 = 1$

b) $(0,2)^2 \cdot 5^4 = [0,2^2 \cdot 5^2] \cdot 5^2 = 1 \cdot 25 = 25$

c) $(0,2)^{-2} \cdot 5^4 = \frac{5^4}{0,2^2} = \frac{625}{0,04} = 15625$

3. Ratkaise seuraava yhtälö. Älä muuta kertoimia desimaaliluvuiksi, vaan laske kokonais- tai murtoluvuilla. Anna vastaus sekä murtolukuna, että desimaalilukuna kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

$$x + \frac{1}{5} = \frac{1}{20}x + 1$$

$$x + \frac{1}{5} = \frac{1}{20}x + 1$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{20}x = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x \left(1 - \frac{1}{20}\right) = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x \cdot \frac{19}{20} = \frac{4}{5} \quad | \cdot \frac{20}{19}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{5} \cdot \frac{20}{19}$$

$$\Rightarrow x = \frac{16}{19}$$

4. Ratkaise yhtälöt

a) $3x + 5 = 5x + 8$

b) $3(x + 1) = 5(x - 1)$

c) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

a) $3x + 5 = 5x + 8$

$$3x - 5x = 8 - 5$$

$$-2x = 3 \quad | :(-2)$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

b) $3(x + 1) = 5(x - 1)$

$$3x + 3 = 5x - 5$$

$$3x - 5x = -5 - 3$$

$$-2x = -8 \quad | :(-2)$$

$$x = 4$$

c) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

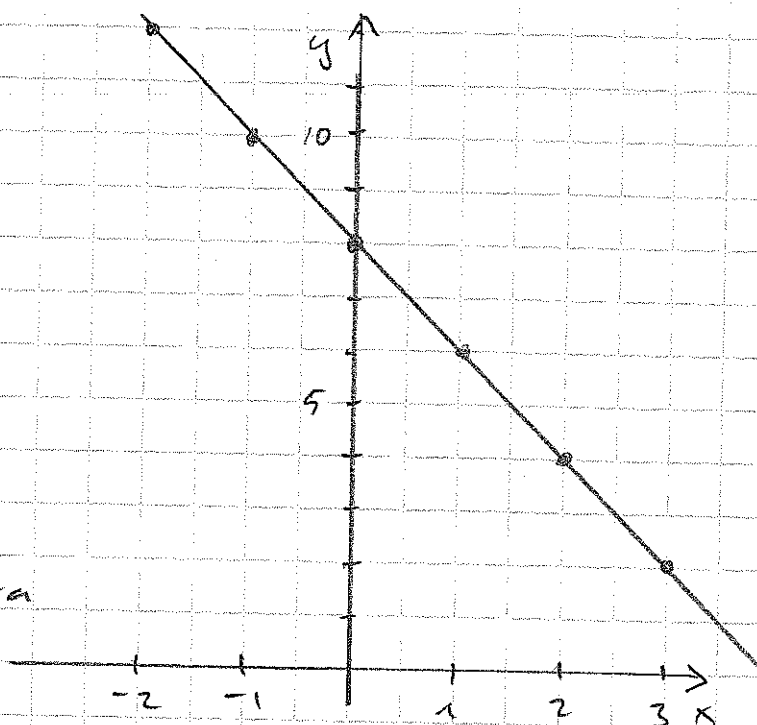
$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} = \frac{-4 \pm 2}{6}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ tai } x = -1$$

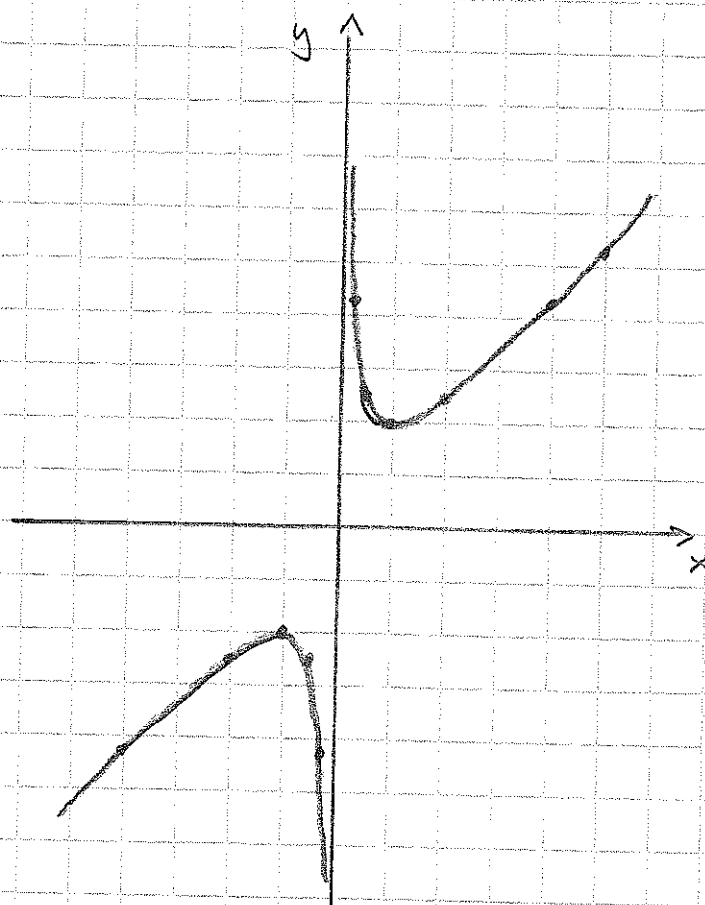
5. Piirrä funktioiden $f(x) = 8 - 2x$ ja $g(x) = x + x^{-1}$ kuvaajat.

x	$f(x) = 8 - 2x$
-2	$8 - 2 \cdot (-2) = 12$
-1	$8 - 2 \cdot (-1) = 10$
0	$8 - 2 \cdot 0 = 8$
1	$8 - 2 \cdot 1 = 6$
2	$8 - 2 \cdot 2 = 4$
3	$8 - 2 \cdot 3 = 2$

Kuvanka on
laskeva suora



x	$g(x) = x + \frac{1}{x}$
-4	$-4 + \frac{1}{-4} = -4,25$
-2	$-2 + \frac{1}{-2} = -2,50$
-1	$-1 + \frac{1}{-1} = -2,00$
-0,5	$-0,5 + \frac{1}{-0,5} = -2,50$
-0,25	$-0,25 + \frac{1}{-0,25} = -4,25$
0,25	$0,25 + \frac{1}{0,25} = 4,25$
0,5	$0,5 + \frac{1}{0,5} = 2,50$
1	$1 + \frac{1}{1} = 2,00$
2	$2 + \frac{1}{2} = 2,50$
4	$4 + \frac{1}{4} = 4,25$
5	$5 + \frac{1}{5} = 5,20$



6. Yritys myy valmistamansa tuotteet 125 euron hintaan. Kate (myyntitulo - valmistuskustannus) on 15 euroa per tuote (eli 12% myyntistä). Raaka-aineen hankintakustannus muodostaa 70% valmistuskustannuksista. Raaka-aineen hinta laskee 10%:lla. Muut valmistuskustannukset eivät muutu (työ yms.). Laske:
- Miten monta euroa kate kasvaa (per tuote)?
 - Miten monta prosenttia kate kasvaa?
 - Miten monta prosenttiyksikköä kate kasvaa?
 - Miten muuttuu raaka-aineen hankintakustannuksen prosenttiosuus valmistuskustannuksista?

Myyntihinta	ENNEN $p = 125 \text{ €}$	JÄLKEEN $p = 125 \text{ €}$
- raaka-aine	$r_1 =$	$r_2 =$
- työ	$w_1 =$	$w_2 = w_1 =$
- valmistus	$c_1 =$	$c_2 =$

Kate	$k_1 = p - c_1 = 15 \text{ €}$	$k_2 = p - c_2 =$
------	--------------------------------	-------------------

Kate-% $\frac{k_1}{p} \cdot 100\% = 12\%$

valmistuskustant = hinta - kate	$c_1 = p - k_1 = 125 \text{ €} - 15 \text{ €} = 110 \text{ €}$
raaka-aine = $\frac{70}{100} \cdot$ valmistus	$r_1 = \frac{70}{100} \cdot 110 \text{ €} = 77,00 \text{ €}$
työ = valmistus - raaka-a.	$w_1 = c_1 - r_1 = 33,00 \text{ €}$

Muutoksen jälkeen

$r_2 = \frac{90}{100} \cdot 77,00 \text{ €} = 69,30 \text{ €}$
$w_2 = w_1 = 33,00 \text{ €}$
$c_2 = r_2 + w_2 = 102,30 \text{ €}$

$k_2 = p - c_2 = 125 \text{ €} - 102,30 \text{ €} = 22,70 \text{ €}$

uusi kate-% $= \frac{22,70}{125,00} \cdot 100\% = 18,16\%$

a) $k_2 - k_1 = 22,70 \text{ €} - 15,00 \text{ €} = 7,70 \text{ €}$

b) $\frac{k_2 - k_1}{k_1} \cdot 100\% = \frac{7,70 \text{ €}}{15,00 \text{ €}} \cdot 100\% = 51,3\%$

c) $18,16\% - 12\% = 6,16\%$ -yksikköä

d) $\frac{r_2}{c_2} \cdot 100\% - \frac{r_1}{c_1} \cdot 100\% = \frac{69,3}{102,3} \cdot 100\% - \frac{77,0}{110} \cdot 100\% = -2,26\%$ -yks.

Kasvan 7,70 €
Kasvan 51,3 prosenttia
Kasvan 6,16 pros. yksikköä
Vähenee 2,26 pros. yksikköä

a)
b)
c)
d)