

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

8. harjoitus, (Ma 16.2. ja ke 18.2.2009)

1. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 3x_1 + x_2 &\leq 45 \\ x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 60 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1. rajoite
2. rajoite
3. rajoite

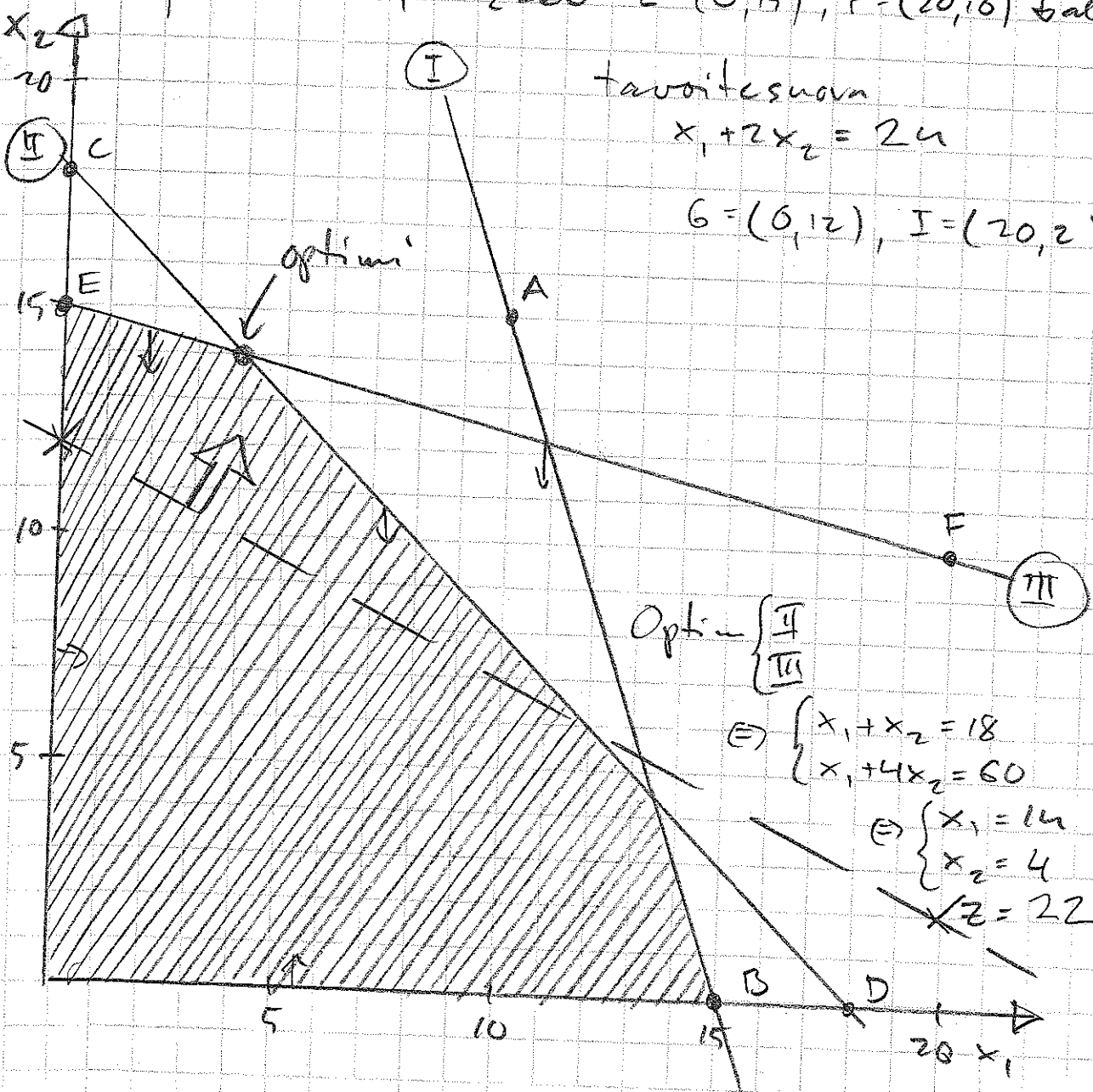
$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\leq 45 \\ x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= (10, 15), B = (15, 0) \quad \downarrow \text{alap} \\ C &= (0, 18), D = (18, 0) \quad \downarrow \text{alap} \\ E &= (0, 15), F = (20, 10) \quad \downarrow \text{alap} \end{aligned}$$

tavoitesuora

$$x_1 + 2x_2 = 24$$

$$G = (0, 12), I = (20, 2)$$



2. Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpaakin tuotetta käsitellään kolmella osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)		
	os. A	os. B	os. C
1	4	2	8
2	4	4	4

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	320
B	240
C	400

Miten paljon yritys valmistaa viikossa tuotteita 1 ja 2, kun yritys haluaa maksimoida voittonsa. Voitto yhdeltä "1"-tuotteelta on 300 € ja yhdeltä "2"-tuotteelta 500 €.

x_1 = tuotteen 1 valmistusmäärä viikossa
 x_2 = " " " " " " " "

osasto A: työresurssi
 " " B: " " "
 " " C: " " "

$$\begin{aligned} 4x_1 + 4x_2 &\leq 320 \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 240 \\ 8x_1 + 4x_2 &\leq 400 \end{aligned}$$

taavoitefunktio $z = 300x_1 + 500x_2$

LP: malli

max $z = 300x_1 + 500x_2$
 ehdot
 $4x_1 + 4x_2 \leq 320$
 $2x_1 + 4x_2 \leq 240$
 $8x_1 + 4x_2 \leq 400$
 $x_1, x_2 \geq 0$

1. rajoite $4x_1 + 4x_2 \leq 320$

$A = (0, 80)$, $B = (80, 0)$ $\downarrow$ alapuoli käyppä

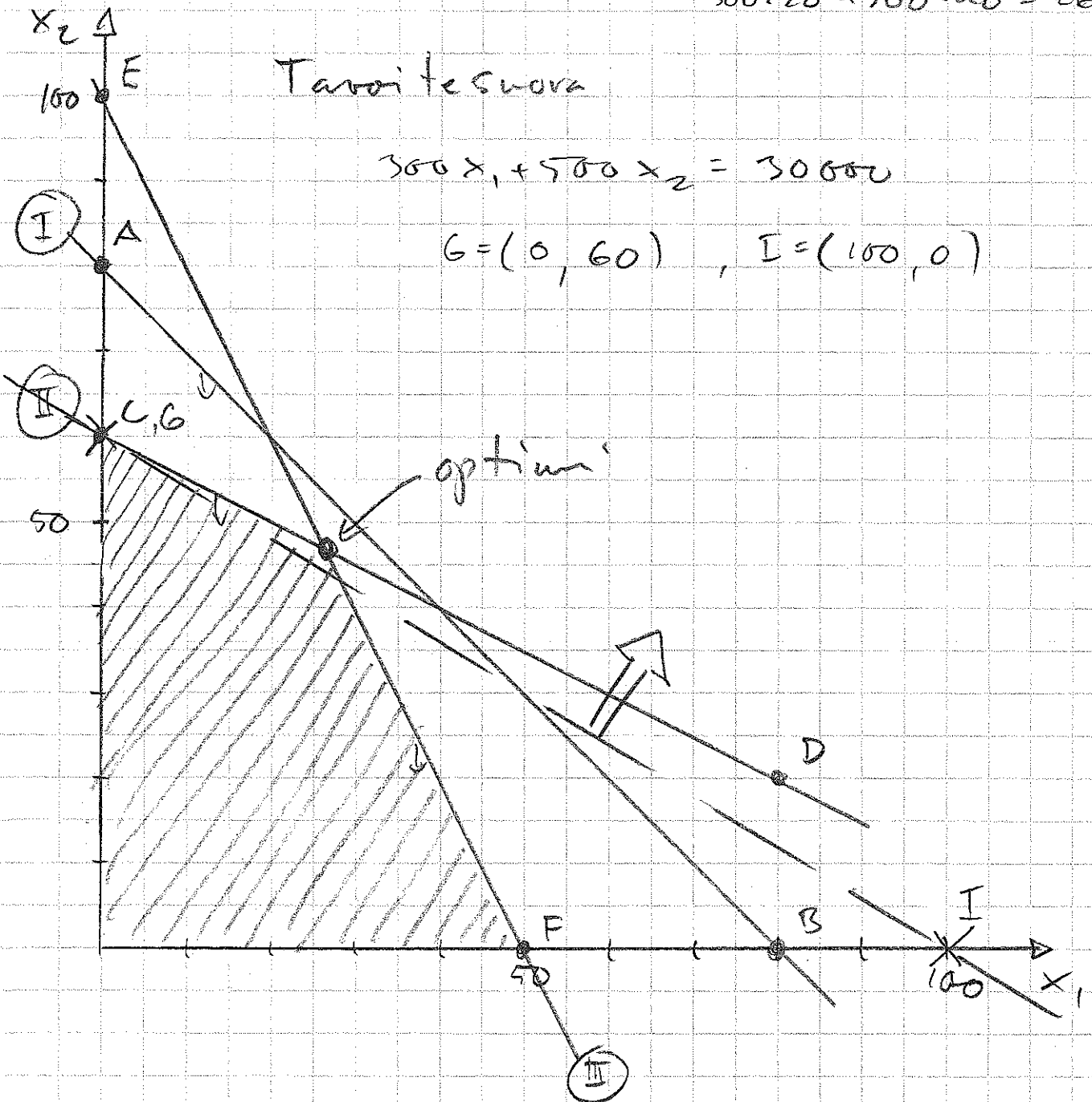
2. rajoite $2x_1 + 4x_2 \leq 240$

$C = (0, 60)$, $D = (80, 20)$ $\downarrow$ alap. käyppä

3. rajoite $8x_1 + 4x_2 \leq 400$

$E = (0, 100)$, $F = (50, 0)$ $\downarrow$ alapuoli käyppä

$$300 \cdot 20 + 500 \cdot 40 = 26000$$



optimal: $\begin{cases} \text{II} \\ \text{III} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = -240 \\ 8x_1 + 4x_2 = 400 \\ \hline 6x_1 = 160 \end{cases}$

$x_1 = 26.7$

$$x_2 = \frac{240 - 2 \cdot 26,7}{4}$$

$$= 46.7$$

Vulcan

$x_1 = 26,7$

$$x_2 = 46,7$$

$$z = 31360$$

$$Z = 300 \cdot 26,7 + 500 \cdot 46,7$$
$$= 31360$$

3. Tehtävän 2 yritys saa mahdollisuuden kouluttaa uuden työntekijän. Mille osastolle työntekijä sijoitetaan? (Asian tarkka analyysi vaatisi lisää tietoa työntekijästä ja työtehtävistä. Pohdi kuitenkin asiaa nyt käytettävissä olevan tiedon pohjalta!)

ollaan $r_1 =$ lisävaraus A osastolle
 $r_2 = -1$ B osastolle
 $r_3 = -1$ C osastolle

$$\begin{aligned} \max z &= 300x_1 + 500x_2 \\ \text{ehdot} \quad 4x_1 + 4x_2 &\leq 320 + r_1 & (A os) \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 240 + r_2 & (B os) \\ 8x_1 + 4x_2 &\leq 400 + r_3 & (C os) \\ r_1 + r_2 + r_3 &= 40 \\ x_1, x_2, r_1, r_2, r_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

LINDO
 $\rightarrow$

4. Piirrä seuraavan LP-mallin käypä alue.

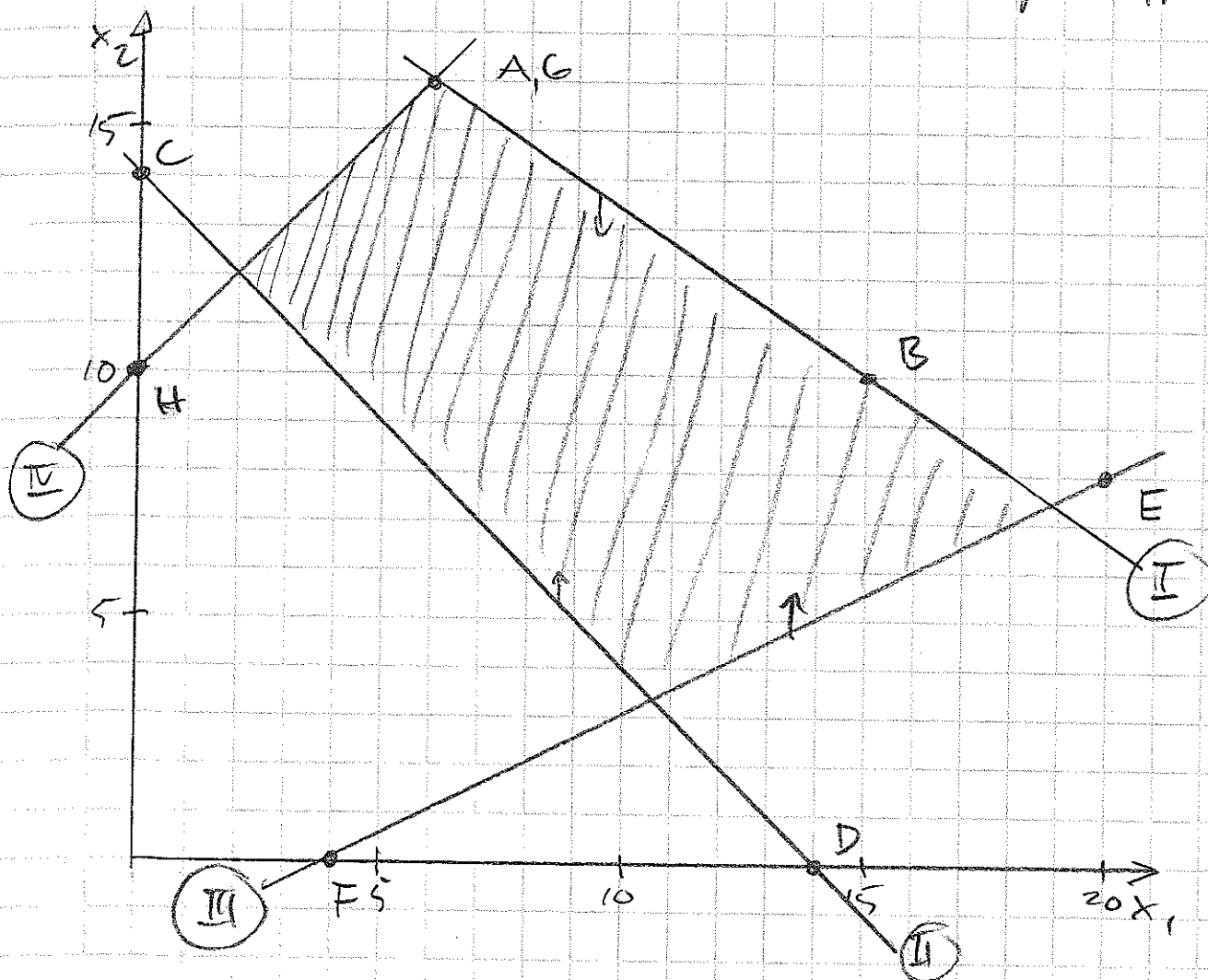
$$\begin{aligned} \max z &= -x_1 + 5x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 2x_1 + 3x_2 &\leq 60 \\ x_1 + x_2 &\geq 14 \\ x_1 - 2x_2 &\leq 4 \\ -x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

R1: $2x_1 + 3x_2 \leq 60$
 $A = (6, 16), B = (15, 10) \quad \downarrow \text{alap. käyrä}$

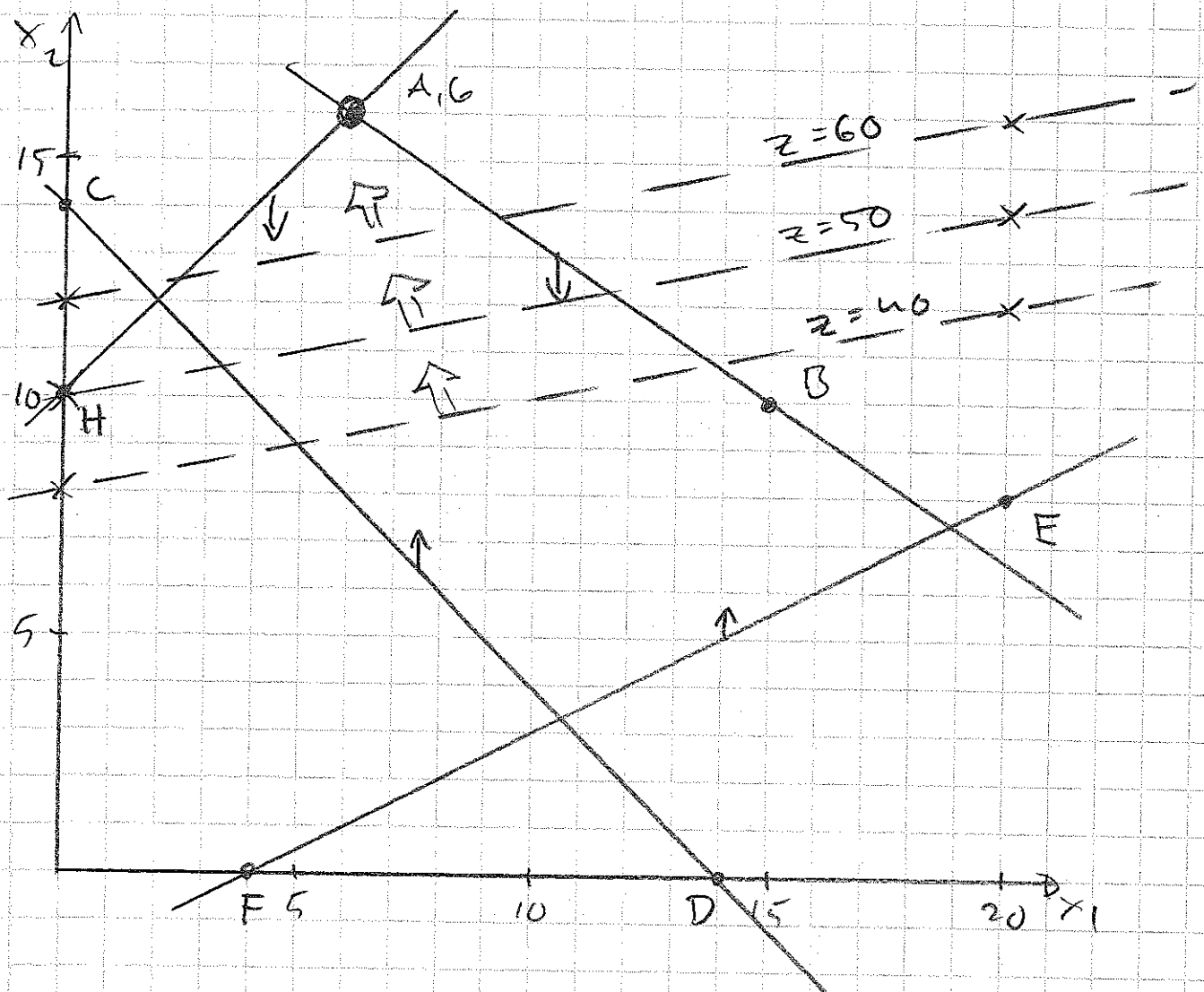
R2: $x_1 + x_2 \geq 14$
 $C = (0, 14), D = (14, 0) \quad \uparrow \text{yläp. käyrä}$

R3: $x_1 - 2x_2 \leq 4$
 $E = (20, 8), F = (4, 0) \quad \uparrow \text{yläp. käyrä}$

R4: $-x_1 + x_2 \leq 10$
 $G = (6, 16), H = (0, 10) \quad \downarrow \text{alap. käyrä}$



5. a) Merkitse tehtävässä 4 piirrettyyn kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon 40 ($-x_1 + 5x_2 = 40$), merkitse kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon 50 ($-x_1 + 5x_2 = 50$) ja merkitse kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon 60 ($-x_1 + 5x_2 = 60$).
- b) Missä käyvän alueen pisteessä tavoitefunktio saa suurimman mahdollisen arvonsa ja mikä se arvo on?



a)

$$-x_1 + 5x_2 = 40$$

$$I = (0, 8), J = (20, 12)$$

$$-x_1 + 5x_2 = 50$$

$$K = (0, 10), L = (20, 14)$$

$$-x_1 + 5x_2 = 60$$

$$M = (0, 12), N = (20, 16)$$

b) optinimipisteessä

$$A \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 16 \end{cases}$$

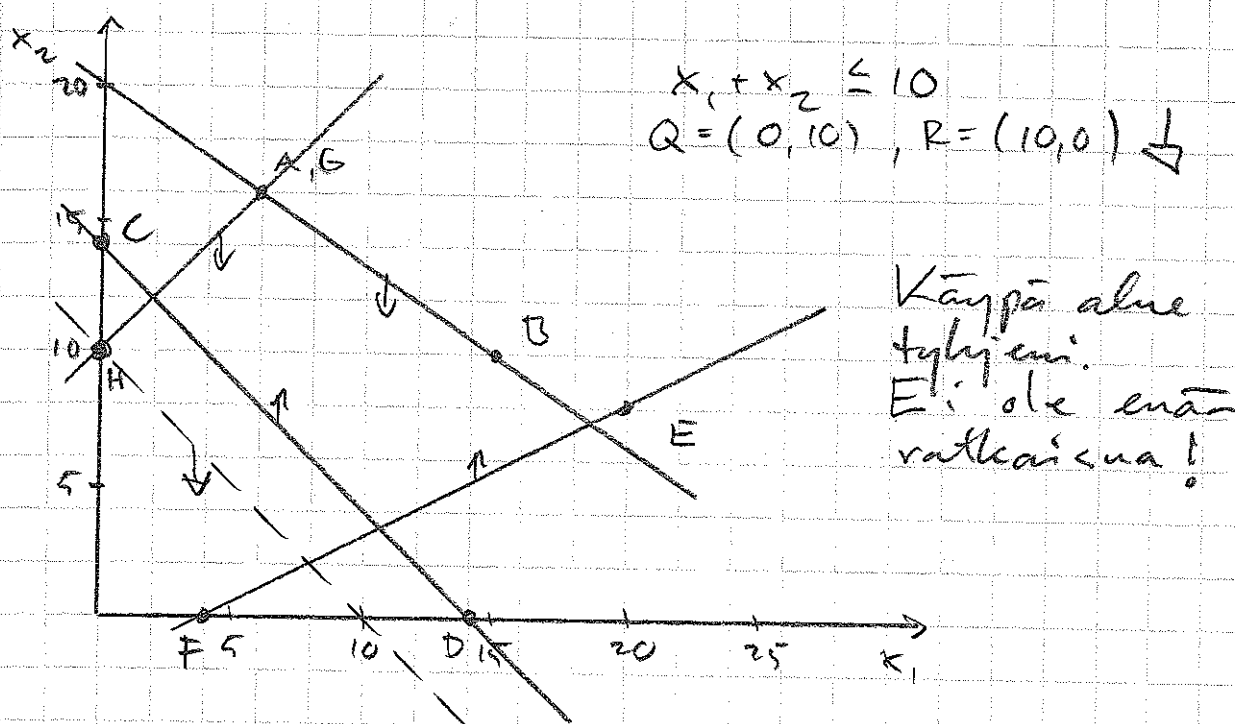
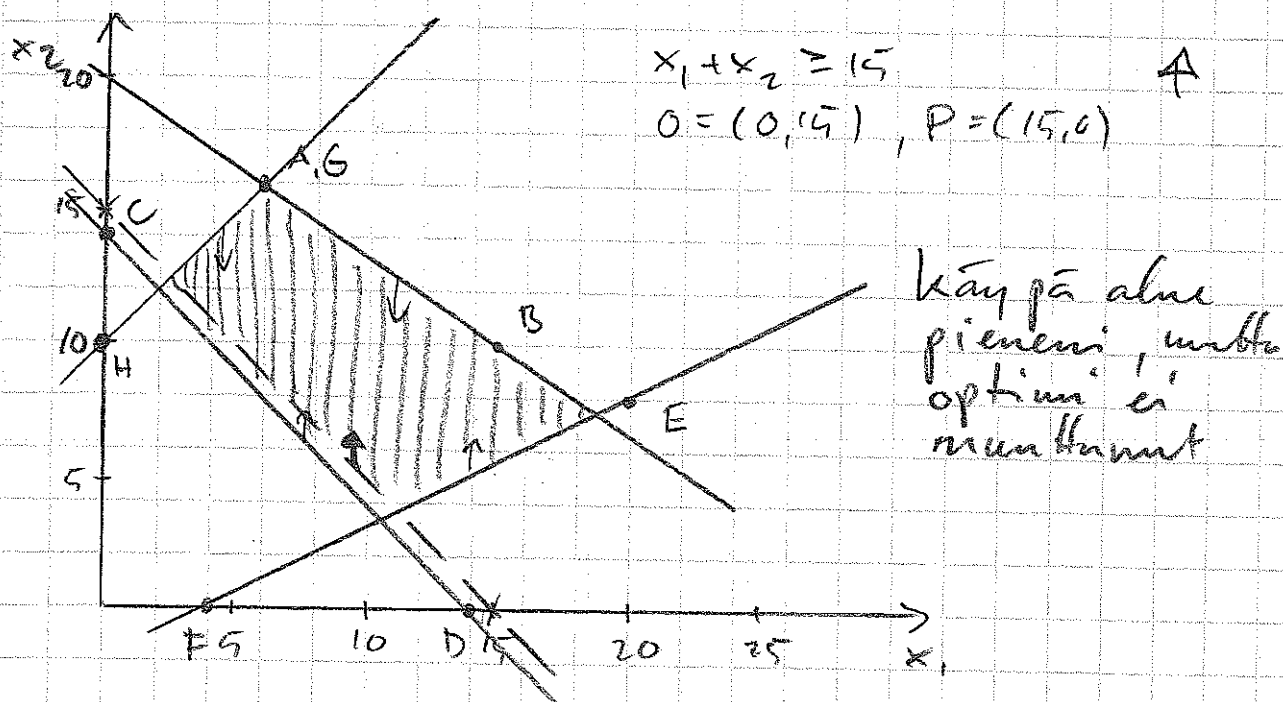
$$z = -6 + 5 \cdot 16 = 74$$

6. a) Miten tehtävän 5 optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \geq 15$$

b) Miten edellisen tehtävän optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \leq 10$$



$x_1 =$ A:n valmistusmäärä per viikko
 $x_2 =$ B:n " " "
 $x_3 =$ raaka-aineen myynti kg/vko

$$\begin{aligned} 10x_1 + 15x_2 + x_3 &\leq 2500 && (\text{kg/vka}) \\ 15x_1 + 12x_2 &\leq 60.40 && (\text{min/vka}) \end{aligned}$$

P-malli

LINDO