

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

2. harjoitus, (ma 3.26.2011)

1. Yritys valmistaa kappaletavaraa q kappaletta viikossa. Yhden kappaleen materiaali- ja palkkakustannus on 10 €, joten tuotannon määrästä riippuvat muuttuvat kustannukset ovat $VC = 10q$ (€ viikossa). Yrityksen kiinteät kustannukset ovat $FC = 9000$ (€ viikossa). Lisäksi ahtaiden tuotantotilojen ja varastointiongelmien takia joudutaan turvautumaan ylityöhön, josta aiheutuu kustannuserä $LC = 0.0045q^2$ (€ viikossa). Kokonaiskustannus viikossa on siis $TC(q) = FC + VC + LC = 9000 + 10q + 0.0045q^2$. Tuotteen myyntihinta on 30€, joten tuottofunktio on $TR = 30q$ (€ viikossa) ja voittofunktio on $P(q) = TR - TC = 20q - 0.0045q^2 - 9000$ (€ viikossa). Piirrä voittofunktion $P(q)$ ja yksikkökustannusfunktion $AC(q) = TC(q)/q$ kuvaajat kun $1000 < q < 3000$. Mikä on mielestäsi järkevä tuotannon määrä?

2. Laske tehtävässä 1 esiintyneen voittofunktion derivaatta, eli

$$P'(q) = \frac{dP}{dq}.$$

Millä q :n arvolla $P'(q) = 0$? Tarkista tehtävän 1 kuvan avulla nollakohdan paikka. Millä q :n arvoilla $P'(q) \geq 0$? Tarkista tämäkin tehtävän 1 kuvan avulla.

3. Laske derivaatat

$$\begin{array}{ll} a) & f'(x), \quad \text{kun } f(x) = 3x^2 - 5x + 8, \\ b) & g'(2), \quad \text{kun } g(x) = 7x^2 + 5x - 3, \\ c) & h'(x), \quad \text{kun } h(x) = 4x \cdot (x^2 - x) \end{array}$$

4. Erään tuotteen kustannusfunktio on $C(q) = 0.005q^2 + 6q + 200$. a) Määritä rajakustannus $MC(q) = C'(q)$, yksikkökustannus $AC(q) = C(q)/q$ ja kiinteät kustannukset. b) Minkä arvon edellä mainitut funktiot saavat, kun tuotannon määrä on $q = 150$?

5. Edellisessä tehtävässä mainitun tuotteen kysyntäfunktio

$$p = f(q) = 10 - 0.01q$$

kertoo miten hinta (€/kpl) riippuu tarjolla olevien tuotteiden määrästä (kpl/kk). Tuottofunktio $R(q) = qp = q \cdot f(q) = q(10 - 0.01q) = 10q - 0.01q^2$ kertoo tuoton (myynnistä saatu kassatulo). Laske rajatuotto $MR(q) = R'(q)$.

6. Tehtävien 4 ja 5 yritys tuottaa nyt kaksisataa tuotetta kuussa ($q = 200$). Laske rajakustannus $MC(200)$ ja rajatuotto $MR(200)$. Kannattaako yrityksen kasvattaa vai pienentää tuotantoaan? (Jos $MC > MR$, niin tuotantoa kannattaa pienentää, ja jos $MC < MR$, niin tuotantoa kannattaa kasvattaa.)

7. Kun tehtävän 5 yritys tuottaa 100 tuotetta kuukaudessa, tuotto on $R(100) = 900$ (€/kk). Kun yritys tuottaa 150 tuotetta kuukaudessa, tuotto on $R(150) = 1275$ (€/kk).

a) Laske lineaarisen interpoloinnin keinoin arvio tuotosta, kun tuotannon määrä on $q = 110$.

b) Tee vastaava arvio, kun $q = 250$.

c) Miten suuria olivat arvioiden suhteelliset virheet a-kohdassa ja b-kohdassa? Mikä yleinen sääntö liittyen 'interpolointiin' ja 'ekstrapolointiin' tulee tässä esiin?