

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

6. harjoitus, (ma 15.8.2011)

1. Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. Tuotteen A valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 12min ja raaka-ainetta 15kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden A-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5 euroa ja yhden B-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7 euroa. Mahdollisesti käyttämättä jäänyt muoviraaka-aine voidaan myydä hintaan 500 euroa/tonni. Määrittele päätösmuuttujat ja muodosta lp-malli myyntivoiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

päätösmuuttujat

x_1 = tuotteen A valmistusmäärä (kpl/viikko)

x_2 = " " B " " " (kpl/viikko)

x_3 = raaka-aineen myynti (kg/viikko)

tavoitefunktio

$$z = 5x_1 + 7x_2 + 0,5x_3$$

rajoitteet

raaka-aine: $10x_1 + 15x_2 + x_3 \leq 2500$ (kg)

aika: $15x_1 + 12x_2 \leq 40 \cdot 60$ (min)

LP-malli

$$\max z = 5x_1 + 7x_2 + 0,5x_3$$

$$\text{ehdoin } 10x_1 + 15x_2 + x_3 \leq 2500$$

$$15x_1 + 12x_2 \leq 2400$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 3x_1 + x_2 &\leq 45 \\ x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 60 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

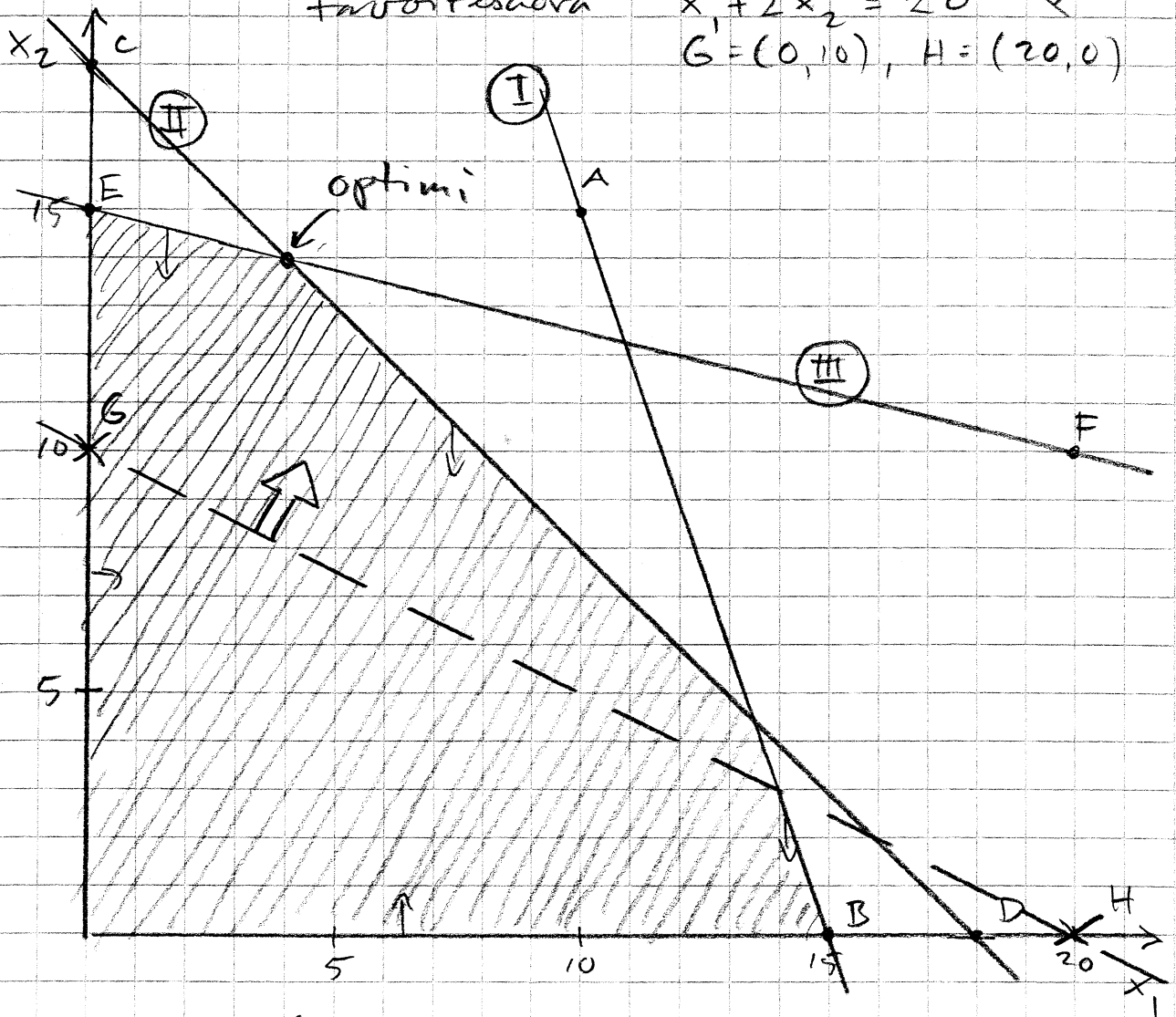
rajoitukset

- ① $3x_1 + x_2 \leq 45$ ↓ alapuoli: A = (10, 15), B = (15, 0)
 ② $x_1 + x_2 \leq 18$ ↓ alapuoli: C = (0, 18), D = (18, 0)
 ③ $x_1 + 4x_2 \leq 60$ ↓ alapuoli: E = (0, 15), F = (20, 10)

tavoitesuora

$$x_1 + 2x_2 = 20 \quad \nearrow \nearrow$$

G = (0, 10), H = (20, 0)



Optimissa $\begin{cases} \text{II} \\ \text{III} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_1 - x_2 = -18 \\ x_1 + 4x_2 = 60 \end{cases}$

$$3x_2 = 42$$

$$\begin{cases} x_2 = 14 \\ x_1 = 4 \\ z = 32 \end{cases}$$

3. Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpaakin tuotetta käsitellään kolmella osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)		
	os. A	os. B	os. C
1	4	2	8
2	4	4	4

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	320
B	240
C	400

Kate (myyntitulo - valmistuskustannukset) yhdeltä "1"-tuotteelta on 300€ ja kate yhdeltä "2"-tuotteelta 500€.

Muodosta LP-malli yrityksen kokonaiskatteen maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

$$x_1 = \text{tuotteen "1" valmistus viikossa (kpl/vko)}$$

$$x_2 = \text{--- "2" --- (kpl/vko)}$$

$$\text{tavoite funktio } z = 300x_1 + 500x_2$$

rajoitteet

$$4x_1 + 4x_2 \leq 320 \quad (\text{A-osasto})$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 240 \quad (\text{B-osasto})$$

$$8x_1 + 4x_2 \leq 400 \quad (\text{C-osasto})$$

LP-malli:

$$\max z = 300x_1 + 500x_2$$

ehdoin

$$4x_1 + 4x_2 \leq 320$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 240$$

$$8x_1 + 4x_2 \leq 400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\text{LINDO} \begin{cases} x_1 = 26,7 \\ x_2 = 46,7 \\ z = 31333,33 \end{cases}$$

4. Edellisessä tehtävässä yrityksen työaika-resurssi on 960 tuntia/viikossa eli 24 työntekijää. a) Pohdi seuraavaa kysymystä: Jos yritykselle tarjoutuu mahdollisuus palkata kaksi uutta työntekijää, niin miten tämä uusi resurssi allokoidaan (sijoitetaan) eri osastoille?

b) Pohdi seuraavaa kysymystä: Jos samalla, kun saadaan kaksi uutta työntekijää, on mahdollista kouluttaa vanhojakin työntekijöitä, niin miten työresurssi allokoidaan osastoille yrityksen voiton maksimoimiseksi?

a) uudet päätös muuttujat

$$x_A = A osaston lisäresurssi$$

$$x_B = B \text{ --- } \text{---} \text{---} \text{---}$$

$$x_C = C \text{ --- } \text{---} \text{---} \text{---}$$

$$\left(\begin{array}{l} \max z = 300x_1 + 500x_2 \\ \text{ehdot} \quad 4x_1 + 4x_2 \leq 320 + x_A \\ \quad \quad 2x_1 + 4x_2 \leq 240 + x_B \\ \quad \quad 8x_1 + 4x_2 \leq 400 + x_C \\ \quad \quad x_A + x_B + x_C = 80 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \max z = 300x_1 + 500x_2 \\ \text{ehdot} \quad 4x_1 + 4x_2 - x_A \leq 320 \\ \quad \quad 2x_1 + 4x_2 - x_B \leq 240 \\ \quad \quad 8x_1 + 4x_2 - x_C \leq 400 \\ \quad \quad x_A + x_B + x_C = 80 \\ \quad \quad x_1, x_2, x_A, x_B, x_C \geq 0 \end{array}$$

$$\text{LINDO} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 80 \\ x_A = 0 \\ x_B = 80 \\ x_C = 0 \\ z = 40\,000,00 \end{array} \right.$$

b) undet unnutztes Gut
 A - Anzahl Tjürrumme w_a
 B - " " " " " w_b
 C - " " " " " w_c

$$\left(\begin{array}{l} \max z = 300x_1 + 500x_2 \\ \text{chdoim} \\ 4x_1 + 4x_2 \leq w_a \\ 2x_1 + 4x_2 \leq w_b \\ 8x_1 + 4x_2 \leq w_c \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1040 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \max z = 300x_1 + 500x_2 \\ \text{chdoim} \\ 4x_1 + 4x_2 - w_a \leq 0 \\ 2x_1 + 4x_2 \quad \quad - w_b \leq 0 \\ 8x_1 + 4x_2 \quad \quad \quad - w_c \leq 0 \\ w_a + w_b + w_c = 1040 \end{array}$$

$$\text{LINDO} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 86,7 \\ w_a = 346,7 \\ w_b = 346,7 \\ w_c = 346,7 \\ z = 43333,33 \end{array} \right.$$

5. a) Piirrä seuraavan LP-mallin käypä alue.

$$\begin{array}{rcl} \min z = & x_1 - 5x_2 & \\ \text{ehdoin} & 2x_1 + 3x_2 \leq 60 & \\ & x_1 + x_2 \geq 14 & \\ & x_1 - 2x_2 \leq 4 & \\ & -x_1 + x_2 \leq 10 & \\ & x_1, x_2 \geq 0 & \end{array}$$

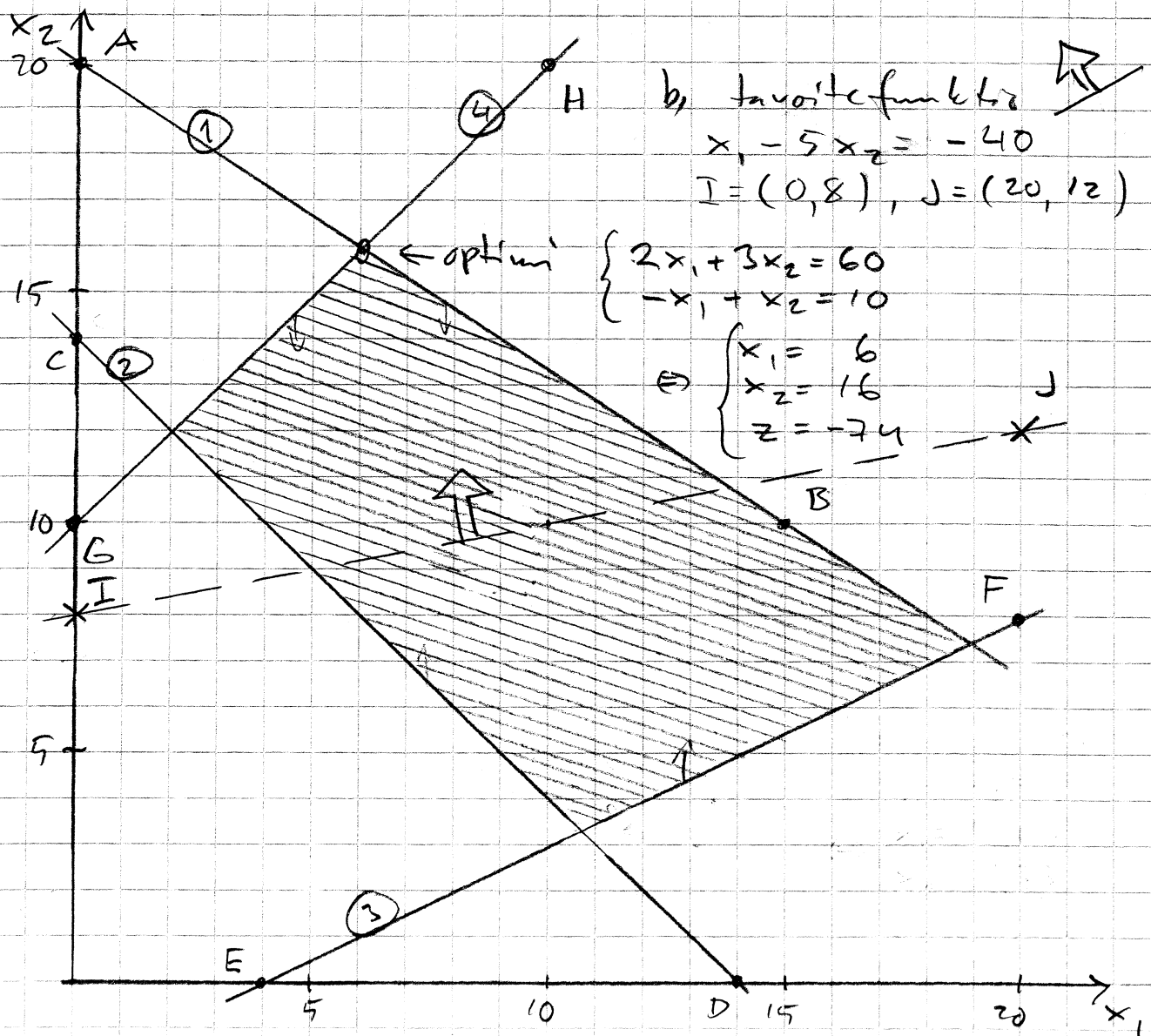
b) Ratkaise malli.

1) ① $2x_1 + 3x_2 \leq 60 \downarrow$ A = (0, 20), B = (15, 10)

② $x_1 + x_2 \geq 14 \uparrow$ C = (0, 14), D = (14, 0)

③ $x_1 - 2x_2 \leq 4 \uparrow$ E = (4, 0), F = (20, 8)

④ $-x_1 + x_2 \leq 10 \downarrow$ G = (0, 10), H = (10, 20)

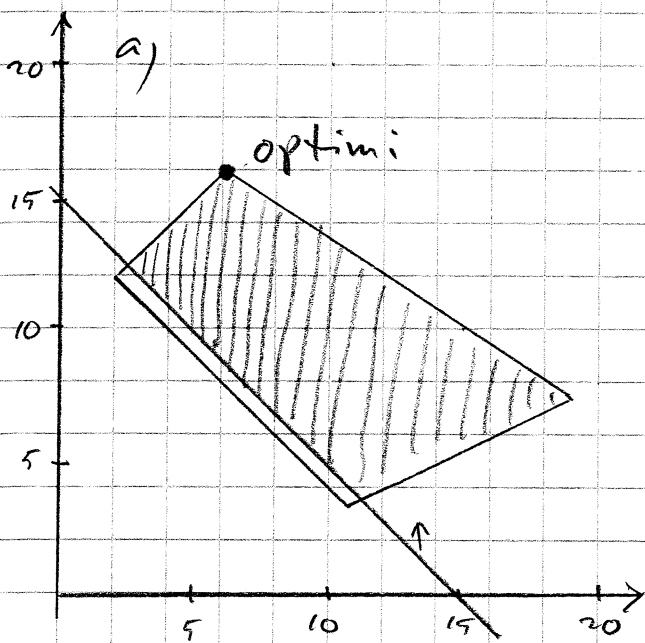


6. a) Miten tehtävän 5 optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \geq 15$$

b) Miten edellisen tehtävän optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

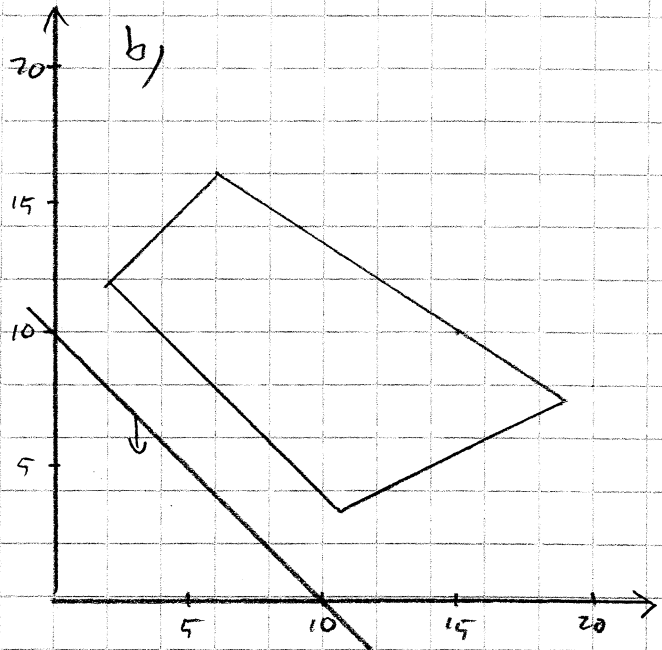
$$x_1 + x_2 \leq 10$$



$$x_1 + x_2 \geq 15 \quad \uparrow \text{yläp.}$$

$$K = (0, 15), L = (15, 0)$$

Käynnä alue pienempi,
mutta optimi
ei muutu mitään



$$x_1 + x_2 \leq 10 \quad \downarrow \text{alap.}$$

$$M = (0, 10), N = (10, 0)$$

Käynnä alue tyhjä
→ ei ratkaisua