

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 1. välikoe, (to 11.8.2011)

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja (MAOL tai vastaava).

1. a) Ratkaise  $x$  yhtälöstä

$$-20 + \frac{10}{1+x} + \frac{12}{(1+x)^2} = 0$$

b) Ratkaise  $x$  yhtälöstä

$$1,02^x = 1,3$$

2. (a) Laske 3,25% todelliseen vuosikorkoon liittyvä kuukausikorkokanta.

(b) Mikä on todellinen vuosikorko, kun kuukausikorkokanta on 0,005125?

(c) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun lainan määrä on 2000€, laina-aika on 15 kuukautta, laina hoidetaan kuukausierinä, ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 4,15%.

3. Yritys valmistaa eräällä tuotantolinjallaan  $q$  tuotetta kuukaudessa. Valmistettavan tuotteen kysyntäfunktio on  $p = 20 - 0.030q$  ja vastaava kustannusfunktio on  $C(q) = 0.02q^2 + 5q + FC$ . Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen? Mikä on maksimivoitto ja miten suuri saa kiinteä kustannus  $FC$  enintään olla, kun yritys asettaa kannattavuustavoitteeksi sen, että kateprosentti on vähintään 10%? (Kateprosentti on  $(R - C)/R * 100\%$ .)

4. Yrittäjä ostaa koneen ja aloittaa uuden tuotantolinjan. Koneen ostohinta on 25 000€. Koneen asentaminen ja koekäyttö kestää kaksi kuukautta ja sitoo kaksi työntekijää, joiden palkkameno asennusjaksolta on 2000€/kk/hlö. Asennusjakson jälkeen alkaa tuotanto, joka tuottaa yrittäjälle nettotuloa 800€/kk. Mikä on projektin nykyarvo, kun laskentakorkona on 8% (todellinen vuosikorko)? *Projektin koko kesto on 6 vuotta.*

5. (a) Muuttujan  $x$  arvo muuttuu arvosta  $x_0$  arvoon  $x_1$  (jolloin muutos on siis  $\Delta x = x_1 - x_0$ ). Muuttujan  $x$  arvon muutos aiheuttaa samaan aikaan sen, että muuttujan  $y$  arvo muuttuu arvosta  $y_0$  arvoon  $y_1$  (jolloin muutos on siis  $\Delta y = y_1 - y_0$ ). Selitä lyhyesti sanallisesti, mitä tarkoittaa ja miten lasketaan  $y$ :n jousto  $x$ :n suhteen. Voit antaa lausekkeenkin, mutta tärkeämpää on nyt antaa sanallinen kuvaus asiasta.

(b) Projektin sisäinen korkokanta. (Miten määritellään ja mitä ominaisuuksia sillä on.)

(c) Kuvaile jokin muu projektin kannattavuuden mittari.

## Kaavoja:

### Jaksolliset suoritukset

$$\begin{aligned}\text{prolongointitekijä } s_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ \text{diskonttaustekijä } a_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\ \text{kuoletuskerroin } c_{n,i} &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\end{aligned}$$

### Varastomalleista

$$\begin{aligned}\text{perusmalli } q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli } q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \\ \text{tuotantomalli } q_2 &= q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}}, \\ TC_2(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r}\end{aligned}$$

### Derivaatta ja 2. asteen yhtälö

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(ax^n) &= nax^{n-1} \\ ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

### Korkokaavat

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1+it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0 = e^{pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^p$$

### Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i} K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$