

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. välikoe, (to 11.8.2011)

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja (MAOL tai vastaava).

1. a) Ratkaise x yhtälöstä

$$-20 + \frac{10}{1+x} + \frac{12}{(1+x)^2} = 0$$

b) Ratkaise x yhtälöstä

$$1,02^x = 1,3$$

$$a) \quad -20 + \frac{10}{1+x} + \frac{12}{(1+x)^2} = 0 \quad | \cdot (1+x)^2$$

$$\Leftrightarrow -20(1+x)^2 + 10 \cdot (1+x) + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow -20(1+2x+x^2) + 10 + 10x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow -20x^2 - 30x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot (-20) \cdot 2}}{2 \cdot (-20)} = \frac{30 \pm \sqrt{1060}}{-40}$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = -1,56394} \quad \text{tai} \quad \underline{x = 0,06394}$$

$$b) \quad 1,02^x = 1,3 \quad | \ln$$

$$x \ln 1,02 = \ln 1,3$$

$$x = \frac{\ln 1,3}{\ln 1,02} = \underline{13,2490}$$

Vastaus: a) $\underline{x = -1,56394}$ tai $\underline{x = 0,06394}$

b) $\underline{x = 13,2490}$

2. (a) Laske 3,25% todelliseen vuosikorkoon liittyvä kuukausikorkokanta.
 (b) Mikä on todellinen vuosikorko, kun kuukausikorkokanta on 0,005125?
 (c) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun lainan määrä on 2000€, laina-aika on 15 kuukautta, laina hoidetaan kuukausierinä, ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 4,15%.

$$a) \quad (1+i)^{12} = 1,0325$$

$$1+i = 1,0325^{1/12} = 1,0026688087676$$

$$i = \underline{\underline{0,002668808767}}$$

$$b) \quad (1+i)^{12} = 1,005125^{12} = 1,06326349$$

→ todellinen vuosikorko on 6,33%

$$c) \quad (1+i)^{12} = 1,0415$$

$$k = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot K_0 = \frac{[1,0415^{1/12} - 1] \cdot 1,0415^{15/12}}{(1,0415^{15/12} - 1)} \cdot 2000 \text{ €}$$

$$= \underline{\underline{136,98 \text{ €}}}$$

Vastaus: $\begin{cases} a) & 0,002668808767 \\ b) & 6,33\% \\ c) & 136,98 \text{ €} \end{cases}$

3. Yritys valmistaa erällä tuotantolinjallaan q tuotetta kuukaudessa. Valmistettavan tuotteen kysyntäfunktio on $p = 20 - 0,030q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0,02q^2 + 5q + FC$. Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen? Mikä on maksimivoitto ja miten suuri saa kiinteä kustannus FC enintään olla, kun yritys asettaa kannattavuustavoitteeksi sen, että kateprosentti on vähintään 10%? (Kateprosentti on $(R - C)/R \cdot 100\%$.)

$$(i) \quad p = 20 - 0,030q$$

$$R = 20q - 0,030q^2$$

$$MR = 20 - 0,06q$$

$$C = 0,02q^2 + 5q + FC$$

$$MC = 0,04q + 5$$

$$MC = MR$$

$$\Leftrightarrow 0,04q + 5 = 20 - 0,06q$$

$$\Leftrightarrow 0,1q = 15$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{q = 150}}$$

$$(ii) \quad P(150) = R(150) - C(150)$$

$$= (20 \cdot 150 - 0,03 \cdot 150^2)$$

$$- (0,02 \cdot 150^2 + 5 \cdot 150 + FC)$$

$$= 2325 - (1200 + FC)$$

$$= \underline{\underline{1125 - FC}}$$

$$(iii) \quad \frac{R(150) - C(150)}{R(150)} \cdot 100\% \geq 10\%$$

$$\Leftrightarrow \frac{2325 - 1200 - FC}{2325} \cdot 100 \geq 10 \quad \left| \cdot \frac{2325}{100} \right.$$

$$\Leftrightarrow 1125 - FC \geq 232,5$$

$$\Leftrightarrow 1125 - 232,5 \geq FC$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{892,5 \geq FC}}$$

Vast: $\begin{cases} (i) & q = 150 \text{ kpl/kuu} \\ (ii) & P(150) = 1125 - FC \\ (iii) & FC \leq 892,5 \end{cases}$

4. Yrittäjä ostaa koneen ja aloittaa uuden tuotantolinjan. Koneen ostohinta on 25 000€. Koneen asentaminen ja koekäyttö kestää kaksi kuukautta ja sitoo kaksi työntekijää, joiden palkkameno asennusjaksolta on 2000€/kk/hlö. Asennusjakson jälkeen alkaa tuotanto, joka tuottaa yrittäjälle nettotuloa 800€/kk. Mikä on projektin nykyarvo, kun laskentakorkona on 8% (todellinen vuosikorko)? Projektin koko kesto on 6 vuotta.

800 €/kk (70 palloa)

$$(1+i)^2 = 1,08 \quad \rightarrow \quad 1+i = 1,08^{1/2}$$

$$NPV = -25000 \text{ €} - \frac{4000 \text{ €}}{1+i} - \frac{4000 \text{ €}}{(1+i)^2} + \sum_{j=3}^{72} \frac{800 \text{ €}}{(1+i)^j}$$

$$= -25000 \text{ €} - \frac{4000 \text{ €}}{1,08^{1/2}} - \frac{4000 \text{ €}}{1,08^{2/2}}$$

$$+ \frac{800 \text{ €}}{1,08^{3/2}} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1,08^{1/2}}\right)^{70}}{1 - \frac{1}{1,08^{1/2}}} \right)$$

$$= -25000 \text{ €} - 3974,43 \text{ €} - 3949,02 \text{ €}$$

$$+ \frac{800 \text{ €}}{1,08^{3/2}} \left(\frac{1 - 1,08^{-70/2}}{1 - 1,08^{-1/2}} \right)$$

$$= \underline{\underline{11.476,15 \text{ €}}}$$

5. (a) Muuttujan x arvo muuttuu arvosta x_0 arvoon x_1 (jolloin muutos on siis $\Delta x = x_1 - x_0$). Muuttujan x arvon muutos aiheuttaa samaan aikaan sen, että muuttujan y arvo muuttuu arvosta y_0 arvoon y_1 (jolloin muutos on siis $\Delta y = y_1 - y_0$). Selitä lyhyesti sanallisesti, mitä tarkoittaa ja miten lasketaan y :n jousto x :n suhteen. Voit antaa lausekkeenkin, mutta tärkeämpää on nyt antaa sanallinen kuvaus asiasta.
- (b) Projektin sisäinen korkokanta. (Miten määritellään ja mitä ominaisuuksia sillä on.)
- (c) Kuvaile jokin muu projektin kannattavuuden mittari.

a) y :n jousto x :n suhteen on y :n % -muutos jaettuna x :n % -muutoksella

$$\text{jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) projektin sisäinen korkokanta i_{sis} on se laihentekorho, jolla projektin nettomyhyarvo on nolla. Sisäinen korkokanta kuvaa hyvin projektin kannattavuutta. Jos i_{sis} on suurempi kuin tuottovaatimus, niin projekti on kannattava, sisäinen korkokanta ei aina ole olemassa. Jos projekti on uaruaali, josta alen minusmerkkisiä nettotuloita seuraa lopun paritisiviel nettotulot, niin sisäinen korkokanta on olemassa ja ylerikarhteinen.

c) Netto myhyarvo. Projektin arvoidean tulovirran pohainen eiä diskoukataan myhyhetteen. Myhyarvojen summa on projektin nettomyhyarvo. Jos $NVA > 0$ mis projekti on kannattava käytetyllä laihentekorolla.

(Suhteellinen myhyarvo
 jaaoman tuottoaste ROI'
 takaisinmaksuaika
 annuitettimenetelmä)