

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 10. harjoitus, (Ke 28.10. ja ke 4.11.2009)

1. Tarkista laskemalla, että

$$\text{a)} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b)} \quad \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Tämän tiedon avulla ratlaise  $x$  ja  $y$  yhtälöparista

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

| tuote | A    | B    | C    |
|-------|------|------|------|
| hinta | 2.50 | 0.50 | 1.00 |

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 & 1.0 \end{pmatrix}.$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

| tuote | A  | B  | C  |
|-------|----|----|----|
| M-os  | 20 | 30 | 0  |
| V-os  | 10 | 50 | 20 |
| S-os  | 0  | 10 | 40 |
| H-to  | 30 | 10 | 10 |

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

a) Laske matriisilauseke  $\mathbf{pD}^T$ .

b) Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?

3. Olkoon  $\mathbf{p}$  ja  $\mathbf{D}$  samat matriisit kuin edellisessä tehtävässä.

a) Onko lauseke  $\mathbf{pD}$  järkevä (mikä sen arvo on)?

b) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}^T$  järkevä (mikä sen arvo on)?

c) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}$  järkevä (mikä sen arvo on)?

4. Laske determinantit

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \left| \begin{array}{cc} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{array} \right| & \text{b)} & \left| \begin{array}{ccc} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{array} \right| & \text{c)} & \left| \begin{array}{ccccc} 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right| \end{array}$$

5. Määritä rivioperaatioiden avulla käänteismatriisi matriisille

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Määritä adjungaatin avulla käänteismatriisi matriisille

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ratkaise matriisi  $\mathbf{X}$  yhtälöstä

$$2(\mathbf{X} - \mathbf{A}) = (\mathbf{Q} - \mathbf{A})$$

.

8. Ratkaise Cramerin kaavoilla yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x & - & 2y & + & z & = & -7 \\ & & y & - & 2z & = & 0 \\ 3x & + & 9y & - & 20z & = & 0 \end{cases}$$

9. Etsi jokin ei-triviaali ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} 3x & - & 3y & + & 4z & = & 0 \\ & & y & - & 2z & = & 0 \\ 3x & + & 9y & - & 20z & = & 0 \end{cases}$$