

1. harjoitus, (ke 16.9.2009)

1. Laske seuraavien lausekkeiden arvot

a) $4 + (-2) \cdot (4 - 7) \cdot (5 - 7) =$

b) $\frac{4}{15} - \frac{3}{5} =$

c) $\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12} \right) =$

Käsin

a) $4 + (-2) \cdot (4 - 7) \cdot (5 - 7) = 4 + (-2) \cdot (-3) \cdot (-2) = 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2$
 $= 4 - 12 = -8$

Laskimella

$4 \div 15 = 2 \div 3 \div 4 = 7 \div 3 \div 5 = 7 \div 10 \rightarrow 8$

b) Käsin

$\frac{4}{15} - \frac{3}{5} = \frac{4}{15} - \frac{9}{15} = \frac{-5}{15} = -\frac{1}{3}$

Laskimella

$4 \div 15 = 3 \div 5 \rightarrow -0,333333333$

c) Käsin

$\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{9}{12} + \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$

Laskimella

$1 \div 10 \div 3 \div 4 + 1 \div 12 \rightarrow 0,083333333$

2. Laske seuraavien lausekkeiden arvot

a) $\frac{2^5}{2^2} =$

b) $\frac{2^5}{4^3} =$

c) $2^2 \cdot 5^2 =$

a) $\frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$

b) $\frac{2^5}{4^3} = \frac{2^5}{(2^2)^3} = \frac{2^5}{2^6} = 2^{5-6} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

c) $2^2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 5)^2 = 10^2 = 100$

3. Ratkaise yhtälöt

a) $2x + 2 = 7x + 8$

b) $6(x + 2) = 5x + 10$

c) $3x + 1 = 3(x + 1)$

a) $2x + 2 = 7x + 8$

$\Rightarrow 2x - 7x = 8 - 2$

$\Rightarrow -5x = 6$

$\Rightarrow x = -\frac{6}{5}$

Vast: $x = -1,20$

b) $6(x + 2) = 5x + 10$

$\Rightarrow 6x + 12 = 5x + 10$

$\Rightarrow 6x - 5x = 10 - 12$

$\Rightarrow x = -2$

Vast: $x = -2$

c) $3x + 1 = 3(x + 1)$

$\Rightarrow 3x + 1 = 3x + 3$

$\Rightarrow 3x - 3x = 3 - 1$

$\Rightarrow 0 = 2 \quad \checkmark$

Vast: $R_j = \emptyset$

4. Ratkaise yhtälöt

a) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

b) $5x^2 + x = 4x^2 - 2x + 4$

c) $(x+1)(x-3) = (x+1)$

a) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ tai $x = -1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

b) $5x^2 + x = 4x^2 - 2x + 4$

$\Rightarrow 5x^2 - 4x^2 + x + 2x - 4 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$

$(a=1, b=3, c=-4)$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

$\Rightarrow x = 1$ tai $x = -4$

c) $(x+1)(x-3) = (x+1)$

$\Rightarrow x^2 - 3x + x - 3 = x + 1$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$\Rightarrow x = 4$ tai $x = -1$

5. Ratkaise epäyhtälöt

a) $x - 1 \leq 3x + 1$ b) $3(x + 1) \geq 5(x - 1)$

$$\begin{aligned} & \text{a)} \quad x - 1 \leq 3x + 1 \\ & (\Rightarrow) \quad x - 3x \leq 1 + 1 \\ & (\Rightarrow) \quad -2x \leq 2 \quad | : (-2) \\ & \quad \quad \quad x \geq -1 \end{aligned}$$

Vastaus $x \geq -1$

$$\begin{aligned} & \text{b)} \quad 3(x + 1) \geq 5(x - 1) \\ & \quad \quad 3x + 3 \geq 5x - 5 \\ & \quad \quad 3x - 5x \geq -5 - 3 \\ & \quad \quad -2x \geq -8 \quad | : (-2) \\ & \quad \quad \quad x \leq 4 \end{aligned}$$

Vastaus $x \leq 4$

6. Yritys myy tammikuussa 256 tuotetta. Yhden tuotteen myyntihinta on 25.20 € ja tuotteen valmistaminen aiheuttaa kustannuksia 18.10 € (per tuote). Myyntitulo on $256 \cdot 25.20 \text{ €} = 6451.20 \text{ €}$, valmistuskustannus on $256 \cdot 18.10 \text{ €} = 4633.60 \text{ €}$. Kate on myyntitulo - valmistuskustannus = $6451.20 \text{ €} - 4633.60 \text{ €} = 1817.60$. Kate on siis 28.17% myynnistä.

Helmikuussa tuotteita myydään 300 kappaletta. Myyntihinta ei kasva, mutta valmistuskustannukset (per tuote) kasvavat 5,0%.

- Laske helmikuun myyntitulo (koko tuotanto).
- Laske helmikuun valmistuskustannukset (koko tuotanto).
- Laske helmikuun kate (euroina).
- Laske helmikuun kate (prosentteina myynnistä).
- Miten monta prosenttia myyntitulo kasvoi?
- Miten monta prosenttia valmistuskustannukset kasvoivat?
- Miten monta prosenttia kate kasvoi?
- Miten monta prosenttiyksikköä kate kasvoi?

	Tamm.	Helmi.
Myynti (kpl/kk)	$n_1 = 256 \text{ kpl/kk}$	$n_2 = 300 \text{ kpl/kk}$
hinta (€/kpl)	$p_1 = 25.20 \text{ €/kpl}$	$p_2 = 25.20 \text{ €/kpl}$
valm. kust. (€/kpl)	$c_1 = 18.10 \text{ €/kpl}$	$c_2 =$
Myyntitulo (€/kk)	$R_1 = n_1 p_1 = 6451.2 \frac{\text{€}}{\text{kk}}$	$R_2 = n_2 p_2 =$
valm. kust (€/kk)	$C_1 = n_1 c_1 = 4633.6 \frac{\text{€}}{\text{kk}}$	$C_2 = n_2 c_2 =$
Kate = K	$K_1 = R_1 - C_1 = 1817.6 \frac{\text{€}}{\text{kk}}$	$K_2 = R_2 - C_2 =$
Kate % = $\frac{K}{R} \cdot 100\%$	$\frac{K_1}{R_1} \cdot 100\% = 28.17\%$	$\frac{K_2}{R_2} \cdot 100\% =$

a) $R_2 = n_2 p_2 = 300 \text{ kpl/kk} \cdot 25.20 \text{ €/kpl} = 7560 \text{ €/kk}$

b) $C_2 = n_2 \cdot 1.05 \cdot c_1 = 300 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}} \cdot 1.05 \cdot 18.10 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} = 5701.50 \text{ €/kk}$

c) $K_2 = R_2 - C_2 = 7560 \text{ €/kk} - 5701.50 \text{ €/kk} = 1858.50 \text{ €/kk}$

e) $\frac{R_2 - R_1}{R_1} \cdot 100\% = \frac{7560 - 6451.20}{6451.20} \cdot 100\% = 17.19\%$

f) $\frac{C_2 - C_1}{C_1} \cdot 100\% = \frac{5701.5 - 4633.6}{4633.6} \cdot 100\% = 23.05\%$

g) $\frac{K_2 - K_1}{K_1} \cdot 100\% = \frac{1858.50 - 1817.60}{1817.60} \cdot 100\% = 2.25\%$

h) $Kp_2 - Kp_1 = 24.58\% - 28.17\% = -3.59\% \text{ yksikköä}$

d) $\frac{K_2}{R_2} \cdot 100\% = \frac{1858.50}{7560} \cdot 100\% = 24.58\%$

Vastaus

- Helmi-kuun myyntitulo on 7560 €/kk
- " — valmistuskust. on 5701,50 €/kk
- " — kate on 1858,50 €/kk
- " — kate on 24,6 % myynnistä
- R kasvoi 17,2 %
- C kasvoi 23,1 %
- Kate kasvoi 2,3 %
- Kate pieneni 3,6 %-yksiköllä
(28,2 % → 24,6 %)

7. Yritys tarvitsee raaka-aineena pahvia, joka kerätään kierrätysmateriaalista. Kierrätysmateriaalia voidaan ostaa kolmesta paikasta (A, B, C). Kaikki kierrätysmateriaali pitää vielä itse tarkastaa ja hylätyn materiaalin toimittaminen eteenpäin aiheuttaa edelleen kustannuksia. Seuraavassa taulukossa on esitetty keskimääräisiä lukuja eri vaihtoehtoista.

	A	B	C
kierrätysmateriaalin hinta (per tonni)	100.00	125.00	95.00
Hylättävän materiaalin osuus	6.0%	2.0%	10.0%
Tarkastuksen hinta (per kierr.mat.tonni)	10.0 €	11.0 €	12.0 €
Hylätyn materiaalin käsittely (€ /tonni)	20.0	15.0	5.0

Laske raaka-aine -pahvin tonnihinta kussakin hankintavaihtoehdossa,

Mitä saadaan ja mitä se maksaa, kun ostetaan tonni.

	A	B	C
hyvää materiaalia	940 kg	980 kg	900 kg
hylätään	60 kg	20 kg	100 kg
ostohinta	100,00	125,00	95,00
+ tarkastus	10,00	11,00	12,00
+ hylätyn käs.	1,20	0,30	0,50
kustannus	111,20	136,30	107,50
kust.	111,20 €	136,30 €	107,50 €
saanti	0,940 tn	0,980 tn	0,900 tn
= yksikköhinta	<u>118,30 €/tn</u>	<u>139,08 €/tn</u>	<u>119,44 €/tn</u>