

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

2. harjoitus, (ke 23.9.2009)

1. Piirrä välillä $0 \leq x \leq 5$ kuvaajat funktioille

$$f(x) = x^2 - x$$

$$g(x) = 4x - 6$$

x	$f(x) = x^2 - x$
0.0	
0.5	
1.0	
2.0	
3.0	
4.0	
5.0	

x	$g(x) = 4x - 6$
0.0	
1.0	
2.0	
3.0	
4.0	
5.0	

2. Ovatko tehtävän 1 funktiot $f(x)$ ja $g(x)$ kasvavia välillä $0 \leq x \leq 5$?

3. Olkoon f ja g samat kuin edellisessä tehtävässä. Selvitä yhdistetyn funktion $h(x) = (f \circ g)(x)$ lauseke ja laske $h(1)$ ja $h(2)$. Minkä tyyppinen funktio h on?

4. Yritys haluaa lisätä valmistamansa tuotteen myyntiä. Tätä varten yritys joutuu laskemaan tuotteensa myyntihintaa. Markkinointiosasto selvitti kysyntää ja arvelee, että yritys saa myytyä q tuotetta (viikossa), jos tuotteen myyntihinta on $p = 20 - 0.25q$ (euroa). Mikä pitää myyntihinnan olla, jos yritys haluaa, että myynnistä kertyy viikossa vähintään 375 euroa?

5. Yritys valmistaa kappaletavaraa q kappaletta viikossa. Yhden kappaleen materiaali- ja palkkakustannus on 7 € , joten tuotannon määrästä riippuvat muuttuvat kustannukset ovat $VC = 7q$ (€ viikossa). Yrityksen kiinteät kustannukset ovat $FC = 11250$ (€ viikossa). Lisäksi ahtaiden tuotantotilojen ja varastointiongelmien takia joudutaan turvautumaan ylityöhön, josta aiheutuu kustannuserä $LC = 0.005q^2$ (€ viikossa). Kokonaiskustannus viikossa on siis $TC(q) = FC + VC + LC = 11250 + 7q + 0.005q^2$. Tuotteen myyntihinta on 30 € , joten tuottofunktio on $TR = 30q$ (€ viikossa) ja voittofunktio on $P(q) = TR - TC = 23q - 0.005q^2 - 11250$ (€ viikossa). Piirrä voittofunktion $P(q)$ ja yksikkökustannusfunktion $AC(q) = TC(q)/q$ kuvaajat kun $0 < q < 3000$. Mikä on $AC(q)$:n yksikkö? Mikä on mielestäsi järkevä tuotannon määrä?

(Ohje: yksiköt $[q] = \frac{\text{kpl}}{\text{vko}}$, $[P] = \frac{\text{€}}{\text{vko}}$, $[AC] = \frac{\text{€}}{\text{kpl}}$)

6. Ratkaise

$$\text{a) } 1.05^x = 1.50 \quad \text{b) } (1.05)^x \geq (1.15)^3$$

7. Laske tehtävässä 5 esiintyneen voittofunktion derivaatta, eli

$$P'(q) = \frac{dP}{dq}.$$

Millä q :n arvolla $P'(q) = 0$? Tarkista tehtävän 3 kuvan avulla nollakohdan paikka. Millä q :n arvoilla $P'(q) \geq 0$? Tarkista tämänkin tehtävän 3 kuvan avulla.

8. Laske derivaatat

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & f'(3), \quad \text{kun } f(x) = x^2 - 4x, \\ \text{b)} & g'(x), \quad \text{kun } g(x) = 7x^2 + 5x - 3, \\ \text{c)} & h'(x), \quad \text{kun } h(x) = 3x \cdot (x^2 - 5) \end{array}$$