

3. harjoitus, (ke 21.1.2009)

1. Kustannusfunktio on $C(q) = 0.05q^2 + 6q + 200$. a) Määritä rajakustannus $MC(q)$, yksikkökustannus $AC(q)$ ja kiinteät kustannukset FC . b) Minkä arvon edellä mainitut funktiot saavat, kun tuotannon määrä on $q = 100$?

$$a) \quad C(q) = 0,05q^2 + 6q + 200$$

$$MC(q) = \underline{\underline{0,1q + 6}}$$

$$AC(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{0,05q^2 + 6q + 200}{q} = \underline{\underline{0,05q + 6 + \frac{200}{q}}}$$

$$\underline{\underline{FC = 200}}$$

$$b) \quad \text{kun } q = 100, \text{ niin}$$

$$MC(100) = 0,1 \cdot 100 + 6 = 16$$

$$AC(100) = 0,05 \cdot 100 + 6 + \frac{200}{100} = 13$$

$$FC = 200$$

2. Yritys valmistaa tuotteita ja myy ne kappalehintaan 25 euroa. Rajakustannus on 6 euroa/tuote ja kysynnän hintajousto on $\eta = -1.2$. Kannattaako yrityksen laajentaa vai supistaa tuotantoaan? (Ohje: $MR = p(1 + \frac{1}{\eta})$.)

$$MC = 6$$

$$MR = 25 \cdot (1 + \frac{1}{-1,2}) = 4,7$$

Nyt $MC > MR \Rightarrow$ yrityksen kannattaa supistaa tuotantoa

3. Miten paljon vähenee tuotteen kysyntä viikossa, jos kysyntä on nyt 2300 tuotetta viikossa, hintaa nostetaan 12.50 eurosta 15.00 euroon ja kysynnän hintajousto on -1.5?

kysyntä nyt $q = 2300$ kpl/vko
 hinta nyt $p = 12,50$ €/kpl
 hinnan muutos $\Delta p = 2,50$ €/kpl
 kysynnän muutos $\Delta q = x$
 jousto $\eta = -1,5$

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \eta \rightarrow \frac{x}{2,50 \text{ €/kpl}} \cdot \frac{12,50 \text{ €/kpl}}{2300 \text{ kpl/vko}} = -1,5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1,5 \cdot 2,50 \cdot 2300 \text{ kpl/vko}}{12,50}$$

$$\Leftrightarrow \Delta q = -690 \text{ kpl/vko}$$

Vastaus kysyntä vähenee 690 tuotetta viikossa
 (Uusi kysyntä on siis 1610 kpl/vko)

4. Yritys tuo tarvitsemansa raaka-aineen laivakuljetuksina välivarastoon. Laskentaosasto on selvittänyt, että jos yritys vuodessa käyttää raaka-ainetta r tonnia, niin raaka-aine kannattaa tuoda $b = 1,25 \cdot r^{0,5}$ tonnin kuljetuserissä. Laske b :n jousto r :n suhteen.

$$\text{jousto} = \frac{db}{dr} \cdot \frac{r}{b}$$

$$b = 1,25 \cdot r^{0,5} \rightarrow \frac{db}{dr} = 0,5 \cdot 1,25 \cdot r^{-0,5}$$

$$\text{jousto} = \frac{db}{dr} \cdot \frac{r}{b} = 0,5 \cdot 1,25 \cdot r^{-0,5} \cdot \frac{r}{1,25 \cdot r^{0,5}}$$

$$= \underline{\underline{0,5}}$$

5. Yrittäjä tutkii kirjanpitoaan ja päätyy seuraavaan arvioon: "Kun tuotannon määrä oli $q = 10$ tuotetta viikossa, rajatuotto oli $MR = 60$. Kun tuotannon määrä oli $q = 11$ tuotetta viikossa, rajatuotto oli $MR = 56$." Millaista lineaarista kysyntäfunktiota yrittäjän tulee käyttää voiton maksimoinnissa.

(Ohje: $MR = a - bq$ kertoimet selviää yhtälöistä $a - b \cdot 10 = 60$ ja $a - b \cdot 11 = 56$, lausekkeesta $MR(q) = a - bq$ voi päätellä $R(q)$:n (huomaa $R(0) = 0$ eli vakiotermi on nolla), $p = R/q$)

Malli:

$$MR(q) = a - bq$$

Nyt

$$\begin{cases} MR(10) = 60 \\ MR(11) = 56 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b \cdot 10 = 60 \\ a - b \cdot 11 = 56 \end{cases} \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 10b = 60 \\ -a + 11b = -56 \end{cases}$$

$$b = 6$$

$$a - 6 \cdot 10 = 60$$

$$\Leftrightarrow a = 120$$

Sii

$$MR = 120 - 6q$$

$$\Rightarrow R = 120q - 3q^2$$

$$\Rightarrow p \cdot q = (120 - 3q) \cdot q$$

$$\rightarrow \underline{\underline{p = 120 - 3q}}$$

Vastaus: kysyntäfunktio, johon sojui yhteen havaintojen kanssa on

$$\underline{\underline{p = 120 - 3q}}$$

$$[q] = \text{kg/vko}$$

$$[p] = \text{€/kg}$$

6. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on $p = 20 - 0.025q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.1q^2 + 5q + 150$. Millä tuotannon q määrällä voitto on suurin mahdollinen, ja miten suuri tämä voiton maksimiarvo on?

$$\begin{aligned}p &= 20 - 0.025q \\R &= 20q - 0.025q^2 \\MR &= 20 - 0.05q\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= 0.1q^2 + 5q + 150 \\MC &= 0.2q + 5\end{aligned}$$

$$\boxed{MC = MR} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned}0.2q + 5 &= 20 - 0.05q \\0.25q &= 15 & | \cdot 4 \\q &= 60\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(60) &= R(60) - C(60) \\&= (20 \cdot 60 - 0.025 \cdot 60^2) - (0.1 \cdot 60^2 + 5 \cdot 60 + 150) \\&= (1200 - 90) - (360 + 300 + 150) \\&= 1110 - 810 \\&= \underline{\underline{300}}\end{aligned}$$

Vastaus: voitto on suurin, kun
 $q = 60$ ja voitto on silloin 300