

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 4. harjoitus, (30.9.2009)

1. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on  $p = 20 - 0.025q$  ja vastaava kustannusfunktio on  $C(q) = 0.1q^2 + 5q + 150$ . Maksimoi voitto.

2. Tehdas valmistaa viikossa tuotetta määrän  $q$  ja myy sen hintaan  $p$  (euroa/tuote). On arvioitu, että hintaan 4 euroa/tuote saadaan myytyä 100 tuotetta viikossa ja hintaan 3 euroa/tuote saadaan myytyä 200 tuotetta viikossa. Käytetään seuraavassa laskelmassa lineaarista kysyntäfunktiota  $p(q) = 5 - 0.01q$ . Tuotteen valmistaminen aiheuttaa kustannuksia 1,5 euroa/tuote ja valmistusmäärästä riippumaton kiinteä kustannus on 230 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys saa suurimman voiton? (voitto=myyntitulo – kustannukset)

3. Tarkastellaan uudelleen tehtävän 2 ongelmaa. Nyt kuitenkin yrityksen tuotantokapasiteetti on 150 tuotetta/viikko. Yritys voi ylittää kapasiteettinsa, jos se teettää kapasiteetin ylittävän osan tuotteista ylityönä. Ylityönä tehdyn tuotteen valmistuskustannus on 1,6 euroa/tuote. Jos ylityötä tehdään on kiinteä kustannus 250 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys nyt saa suurimman voiton (voitto = myyntitulo – kustannukset)?

4. Miten paljon erään tuotteen kysyntä muuttui, jos hinta nousi 90 eurosta 100 euroon, kun muuttunut kysyntä on 400 kappaletta kuussa ja kysynnän hintajousto on  $-1.5$ .

5. Yritys suunnittelee vanhan tuotantolinjan korvaavaa uutta tuotantolinjaa. On mitoitettava tuotannon volyymi  $q$  (tuotetta/kuukausi). Tuotteen markkinat tunnetaan hyvin ja sen kysyntäfunktioksi arvioidaan seuraavaa:  $p = 2500 - 5q$ . Muuttuvat yksikkökustannukset (raaka-aineet ja palkat) ovat  $AVC(q) = 400 + 4q$ . Kiinteät kustannukset eivät ole vielä tiedossa, sillä ne riippuvat tuotantotilojen laajentamiseen liittyvästä vuokrasopimuksesta, jonka neuvottelu on vielä kesken. Joka tapauksessa arvellaan, että  $5000 < FC < 10000$ .

a) Millä tuotantomäärällä  $P'(q) = 0$ , eli voitto on mahdollisimman suuri?

b) Miten suuri maksimaalinen voitto vähintään on?

6. Talletat tilillesi 500 € huhtikuun 1. päivänä 2009 ja 1500 € heinäkuun 1. päivänä 2009. Tilin korko on 5.25 % (korkojaksena vuosi). Mikä on talletustesi yhteisarvo vuoden 2011 lopussa? Muita tilitapahtumia ei ole ja korko lisätään pääomaan vuoden lopussa.

7. a) Pääomalle maksetaan kuukausittain 1,15% korko. Laske todellinen vuosikorko.

b) Laske kuukausikorkokanta, jos todellinen vuosikorko on 12,25%.

8. a) Lainaaja lainasi 1000 € rahaa 1500 € :n velkakirjaa vastaan maksettavaksi 4 vuoden kuluttua. Mikä oli korkoprosentti? (todellinen vuosikorko.)

b) Miten pikässä ajassa lainan pääoma kaksinkertaistuu, jos lainaa ei lyhennetä ja todellinen vuosikorko on 12%?

9. Sinulle tarjotaan arvopaperia, joka antaa sinulle 25000 € tulon kolmen vuoden kuluttua tästä hetkestä. (Tulon realisoimisen jälkeen paperi on arvoton.) Miten paljon enintään kannattaa arvopaperista maksaa, kun haluat sijoittamallesi pääomalle 10%:n vuosikoron.

**Kaavoja:**

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$