

4. harjoitus, (30.9.2009)

1. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on $p = 20 - 0.025q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.1q^2 + 5q + 150$. Maksimoi voitto.

Sama kuin harjoitus 3:n tehtävä 6

2. Tehdas valmistaa viikossa tuotetta määrän q ja myy sen hintaan p (euroa/tuote). On arvioitu, että hintaan 4 euroa/tuote saadaan myytyä 100 tuotetta viikossa ja hintaan 3 euroa/tuote saadaan myytyä 200 tuotetta viikossa. Käytetään seuraavassa laskelmassa lineaarista kysyntäfunktiota $p(q) = 5 - 0.01q$. Tuotteen valmistaminen aiheuttaa kustannuksia 1,5 euroa/tuote ja valmistusmäärästä riippumaton kiinteä kustannus on 230 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys saa suurimman voiton? (voitto = myyntitulo - kustannukset)

$$\begin{aligned} p &= 5 - 0,01q \\ R &= 5q - 0,01q^2 \\ MR &= 5 - 0,02q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 1,5q + 230 \\ MC &= 1,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ \Leftrightarrow 1,5 &= 5 - 0,02q & | \cdot 50 \\ \Leftrightarrow 0,02q &= 3,5 \\ \Leftrightarrow q &= 175 \end{aligned}$$

Vastaus: Voitto on suurin mahdollinen, kun yritys tuottaa 175 tuotetta viikossa

3. Tarkastellaan uudelleen tehtävän 2 ongelmaa. Nyt kuitenkin yrityksen tuotantokapasiteetti on 150 tuotetta/viikko. Yritys voi ylittää kapasiteettinsa, jos se teettää kapasiteetin ylittävän osan tuotteista ylityönä. Ylityönä tehdyn tuotteen valmistuskustannus on 1,6 euroa/tuote. Jos ylityötä tehdään on kiinteä kustannus 250 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys nyt saa suurimman voiton (voitto = myyntitulo - kustannukset)?

$$R(q) = 5q - 0,01q^2 \quad (\text{sama kuin edellä})$$

$$C(q) = \begin{cases} 1,5q + 230 & , \text{ kun } q \leq 150 \\ 1,5 \cdot 150 + 1,6 \cdot (q - 150) + 250 & , \text{ kun } q > 150 \end{cases}$$

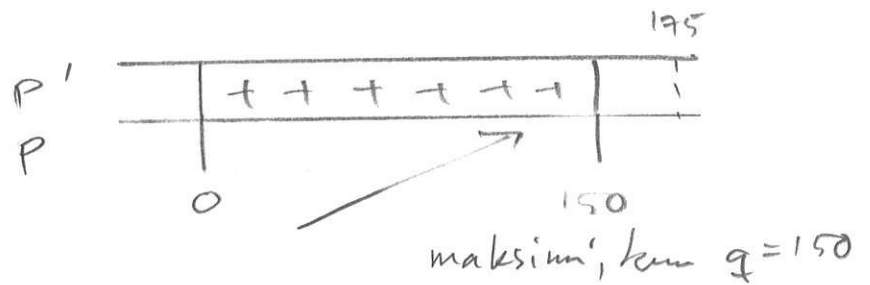
$$= \begin{cases} 1,5q + 230 & , \text{ kun } q \leq 150 \\ 1,6q + 235 & , \text{ kun } q > 150 \end{cases}$$

$$P(q) = R(q) - C(q)$$

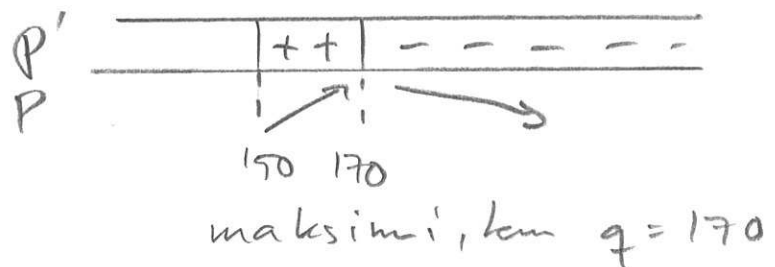
$$= \begin{cases} 3,5q - 0,01q^2 - 230 & , \text{ kun } q \leq 150 \\ 3,4q - 0,01q^2 - 235 & , \text{ kun } q > 150 \end{cases}$$

$$P'(q) = \begin{cases} 3,5 - 0,02q & , \text{ kun } q \leq 150 \\ 3,4 - 0,02q & , \text{ kun } q > 150 \end{cases}$$

Kun $q \leq 150$



Kun $q > 150$



$$P(150) = 3,5 \cdot 150 - 0,01 \cdot 150^2 - 230 = 70$$

$$P(170) = 3,4 \cdot 170 - 0,01 \cdot 170^2 - 235 = 54 \quad \leftarrow \text{parempi}$$

Vahtaus: Yritys saa suurimman voiton, kun se valuuista 150 tuotetta viikossa

4. Miten paljon erään tuotteen kysyntä muuttui, jos hinta nousi 90 eurosta 100 euroon, kun muuttunut kysyntä on 400 kappaletta kuussa ja kysynnän hintajousto on -1.5.

$$\text{Hinta nousi} \quad \frac{100-90}{90} \cdot 100\% = 11,1\%$$

→ Kysyntä pienenee

$$1,5 \cdot 11,1\% = \underline{16,65\%}$$

Absoluuttinen muutos $\times$ kpl/kk

$$\frac{-x}{400+x} = \frac{-16,65}{100}$$

$$\Leftrightarrow 100x = 16,65(400+x)$$

$$\Leftrightarrow 83,35x = 6660$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6660}{83,35} \approx 79,9 \quad \text{kpl/kk}$$

Sii ennen muutosta kysyntä ~ 480 kpl/kk
muutoksen jälkeen kysyntä ~ 400 kpl/kk
muutos -80 kpl/kk

$$\text{muutosprosentti} \quad \frac{-80}{480} \cdot 100\% \sim 16,7$$

5. Yritys suunnittelee vanhan tuotantolinjan korvaavaa uutta tuotantolinjaa. On mitoitettava tuotannon volyymi q (tuotetta/kuukausi). Tuotteen markkinat tunnetaan hyvin ja sen kysyntäfunktioksi arvioidaan seuraavaa: $p = 2500 - 5q$. Muuttuvat yksikkökustannukset (raaka-aineet ja palkat) ovat $AVC(q) = 400 + 4q$. Kiinteät kustannukset eivät ole vielä tiedossa, sillä ne riippuvat tuotantotilojen laajentamiseen liittyvästä vuokrasopimuksesta, jonka neuvottelu on vielä kesken. Joka tapauksessa arvellaan, että $5000 < FC < 10000$.

a) Millä tuotantomäärällä $P'(q) = 0$, eli voitto on mahdollisimman suuri?

b) Miten suuri maksimaalinen voitto vähintään on?

$$\begin{aligned} p &= 2500 - 5q \\ R &= 2500q - 5q^2 \\ MR &= 2500 - 10q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AVC &= 400 + 4q \\ VC &= 400q + 4q^2 \\ C &= 400q + 4q^2 + FC \\ MC &= 400 + 8q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(q) &= R(q) - C(q) = 2500q - 5q^2 - (400q + 4q^2 + FC) \\ &= 2100q - 9q^2 - FC \end{aligned}$$

$$P'(q) = 2100 - 18q$$

$$\begin{aligned} a) \quad P'(q) &= 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2100 - 18q = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad 18q = 2100 \quad | :18 \\ &\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{q = 116,7}} \quad (\text{kp1/kk}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad P(116,7) &= 2100 \cdot 116,6 - 9 \cdot 116,6^2 - FC \\ &= 122\,499,96 - FC \end{aligned}$$

$$\geq \underline{\underline{112\,500}}$$

↑ sillä $FC < 10\,000$

6. Talletat tilillesi 500 € huhtikuun 1. päivänä 2009 ja 1500 € heinäkuun 1. päivänä 2009. Tilin korko on 5.25 % (korkojaksona vuosi). Mikä on talletustesi yhteisarvo vuoden 2011 lopussa? Muita tilitapahtumia ei ole ja korko lisätään pääomaan vuoden lopussa.

pvm	talletus	korko	saldo
1.4.09	500 €		500 €
1.7.09	1500 €		2000 €
31.12.09		59,06 €	2059,06 €
31.12.10		108,10 €	2167,16 €
31.12.11		113,78 €	2280,94 €

Korko 31.12.09

$$0,0525 \cdot \frac{9}{12} \cdot 500 \text{ €} + 0,0525 \cdot \frac{6}{12} \cdot 1500 \text{ €} = 59,06 \text{ €}$$

Korko 31.12.10

$$0,0525 \cdot 2059,06 \text{ €} = 108,10 \text{ €}$$

Korko 31.12.11

$$0,0525 \cdot 2167,16 \text{ €} = 113,78 \text{ €}$$

Vahtaus saldo vuoden 2011 lopussa on
2280,94 €

$$\left(1,0525^{2,75} \cdot 500 \text{ €} + 1,0525^{2,5} \cdot 1500 \text{ €} = 2280,24 \text{ €} \right)$$

7. a) Pääomalle maksetaan kuukausittain 1,15% korko. Laske todellinen vuosikorko.

b) Laske kuukausikorkokanta, jos todellinen vuosikorko on 12,25%.

$$a) (1,0115)^{12} = 1,14707 \rightarrow 14,7\% \text{ tod. vuosikorko}$$

$$b) 1,1225^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,00967637803$$

8. a) Lainaaja lainasi 1000 € rahaa 1500 €:n velkakirjaa vastaan maksettavaksi 4 vuoden kuluttua. Mikä oli korkoprosentti? (todellinen vuosikorko.)

b) Miten pikässä ajassa lainan pääoma kaksinkertaistuu, jos lainaa ei lyhennetä ja todellinen vuosikorko on 12%?

$$a) (1+i)^4 \cdot 1000 \text{ €} = 1500 \text{ €}$$

$$\Rightarrow (1+i)^4 = 1,5$$

$$\Rightarrow 1+i = 1,5^{\frac{1}{4}} = 1,10668$$

$$\rightarrow 10,7\% \text{ tod. vuosikorko}$$

9. Sinulle tarjotaan arvopaperia, joka antaa sinulle 25 000 € tulon kolmen vuoden kuluttua tästä hetkestä. (Tulon realisoimisen jälkeen paperi on arvoton.) Miten paljon enintään kannattaa arvopaperista maksaa, kun haluat sijoittamallesi pääomalle 10%:n vuosikoron.

$$(1+0,10)^3 \cdot x \leq 25\,000 \text{ €}$$

$$x \leq \frac{25\,000 \text{ €}}{1,10^3} = 18\,782,87 \text{ €}$$