

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

10. harjoitus, (to 9.12.2010)

1. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusajankohta on nyt 2000 ja vertailuajankohta 2010

tuote	2000			2010		
	p_0	q_0	a_0	p_t	q_t	a_t
1	10,00	200		15,00	300	
2	2,00	500		8,00	100	
3	30,00	20		15,00	100	

a) Laske Laspeyres'in hinta- ja volyymi-indeksit.

b) Laske Paashenin hinta- ja volyymi-indeksit.

2. Seuraavassa taulukossa on taulukoituna mittausajanhetket ja kolme aikasarjaa u_t , w_t ja y_t .

k	t_k	u_{t_k}	w_{t_k}	y_{t_k}
1	0.10	1.65	0.64	2.21
2	0.20	2.09	1.12	2.44
3	0.30	2.32	1.04	3.14
4	0.40	2.81	0.83	3.68
5	0.50	2.78	0.35	4.61
6	0.60	3.19	-0.20	5.26
7	0.70	3.19	-0.65	5.62
8	0.80	3.09	-0.99	5.73
9	0.90	3.11	-0.71	5.26
10	1.00	3.22	-0.07	4.49

Kumpi selitysmalli on nyt parempi

$$(1) \quad y_t = c_1 e^{-t} + c_2 u_t + c_3 w_t$$

vai

$$(2) \quad y_t = d_1 t + d_2 u_t + d_3 w_t$$

3. a) Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kolmea tuotetta A, B ja C. tuotteen A valmistaminen vie aikaa 20min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 20kg. Tuotteen C valmistaminen vie aikaa 2min ja raaka-ainetta 750g. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on normaalisti käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden a-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5€, yhden b-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7€ ja yhden c-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 0.30€. Muodosta LP-malli voiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia)

b) Ratkaise LP-malli

$$\begin{array}{rcll} \max z = & 2x_1 & + & 0.5x_2 \\ \text{ehdoin} & 2x_1 & + & x_2 \leq 8 \\ & x_1 & + & x_2 \leq 6 \\ & x_1 & & \leq 3 \\ & & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

4. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = -3 \\ -x + y - z = 1 \\ 2x - 3y + z = -8 \end{cases}$$

5. Laske $\det(\mathbf{M})$, $\mathbf{M}^T$ ja $\mathbf{M}^{-1}$ matriisille

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Matriisikaavoja ($n \times n$) neliöatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä $\det(\mathbf{A}_{rs})$ on alkioon a_{rs} liittyvä minori

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$ on alkioon a_{ji} liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A})$$

Cramerin kaavat:

$$x_j = D_j / D$$

Indeksejä

$$\text{Laspeyresin hintaindeksi } P_{t_0;t}^L = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100\%$$

$$\text{Paaschen hintaindeksi } P_{t_0;t}^P = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t;i}} \cdot 100\%$$

$$\text{Laspeyresin volyymi-indeksi } Q_{t_0;t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t_0;i}} \cdot 100\%$$

$$\text{Paaschen volyymi-indeksi } Q_{t_0;t}^P R = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t;i}} \cdot 100\%$$