

4. harjoitus, (pe 12.11.2010)

1. Kirjoita sarjan termit ja laske summa

a) $\sum_{k=2}^4 (5 + 2k)$ b) $\sum_{k=0}^3 (1 + 10k)$

a) $\sum_{k=2}^4 (5 + 2k) = 9 + 11 + 13 = 33$

(kaavalla $s = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2} = 3 \cdot \left(\frac{9 + 13}{2} \right) = 33$)

b) $\sum_{k=0}^3 (1 + 10k) = 1 + 11 + 21 + 31 = 64$

(kaavalla $s = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2} = 4 \cdot \frac{1 + 31}{2} = 64$)

2. Kirjoita sarjan termit ja laske summa

a) $\sum_{k=1}^4 (0.5 \cdot 2^k)$ b) $\sum_{k=0}^5 \frac{3}{2^k}$

$$a) \sum_{k=1}^4 (0.5 \cdot 2^k) = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$$

kaavalla $s = a_1 \cdot \frac{(1-q^n)}{(1-q)} = 1 \cdot \frac{(1-2^4)}{(1-2)} = 15$

$$b) \sum_{k=0}^5 \frac{3}{2^k} = \frac{3}{1} + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \frac{3}{32}$$

$$= \frac{3 \cdot 32}{32} + \frac{3 \cdot 16}{32} + \frac{3 \cdot 8}{32} + \frac{3 \cdot 4}{32} + \frac{3 \cdot 2}{32} + \frac{3}{32}$$

$$= \frac{189}{32} = 5,90625$$

kaavalla

$$s = a_1 \cdot \frac{(1-q^n)}{(1-q)} = 3 \cdot \frac{(1-(\frac{1}{2})^6)}{(1-\frac{1}{2})} =$$

$$= 5,90625$$

3. Määritä summa

$$\sum_{k=4}^{20} \frac{150}{(1+0.13)^k}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=4}^{20} \frac{150}{1,13^k} &= \frac{150}{1,13^4} \cdot \frac{(1 - (\frac{1}{1,13})^{17})}{(1 - \frac{1}{1,13})} \\ &= 699,54 \end{aligned}$$

4. Laske annuiteettilainen tasaerä (kuukausierä), kun lainan määrä on 12 000 €, todellinen vuosikorko on 4.15% ja laina-aika on 18 kuukautta.

Kuukausikorkotekijä

$$1+i = 1,0415^{1/12}$$

$$\text{annuiteetti} = c \cdot K = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot K$$

$$= \frac{[1,0415^{1/12} - 1] \cdot 1,0415^{18/12}}{1,0415^{18/12} - 1} \cdot 12\,000 \text{ €}$$

$$= 688,37 \text{ €}$$

$$\left(\text{Tarkistus } 18 \cdot 688,37 \text{ €} = 12\,390,66 \text{ €} \right)$$

5. Laske osamaksuerä, kun käteishinta on 20 000 €, käsiraha on 4200 €, osamaksulisä on 500 €. Osamaksuerät maksetaan kuukausittain. Maksuaika on 10 kuukautta ja todellinen vuosikorko on 5.00%.

$$\begin{aligned}
 K &= C(H - h + m) & 1+i &= 1,05^{1/12}, \quad C = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \\
 &= \frac{[1,05^{1/12} - 1] \cdot 1,05^{10/12}}{1,05^{10/12} - 1} \cdot (20000 - 4200 + 500) \text{ €} \\
 &= 1666,75 \text{ €}
 \end{aligned}$$

$$\left(\text{Tarkistus } 10 \cdot 1666,7 = 16667 \approx (20000 - 4200 + 500) \right) \quad \text{ok}$$

6. Laske käteishinta, kun käsiraha on 4500 €, osamaksulisä on 4% osamaksuvelasta. Osamaksuerä on 2000 €, erät maksetaan kuukausittain, maksuaika on 15 kuukautta ja todellinen vuosikorko on 10.25%.

$$\begin{aligned}
 K &= C(H - h + m) & \text{Käteishinta } H &= x \\
 & & \text{Käsiraha } h &= 4500 \text{ €} \\
 & & \text{osamaksuerä } K &= 2000 \text{ €} \\
 & & \text{osamaksulisä } m &= 0,04 \cdot (x - 4500 \text{ €}) \\
 & & 1+i &= 1,1025^{1/12} \\
 & & C &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}
 \end{aligned}$$

$$\therefore 2000 \text{ €} = C(x - 4500 \text{ €} + 0,04(x - 4500 \text{ €})) \quad | : C$$

$$\frac{2000 \text{ €}}{C} = 1,04x - 1,04 \cdot 4500 \text{ €}$$

$$\frac{1}{C} \cdot 2000 \text{ €} + 1,04 \cdot 4500 \text{ €} = 1,04x \quad | : 1,04$$

$$\frac{2000 \text{ €}}{1,04} \cdot \frac{(1,1025^{15/12} - 1)}{[1,1025^{1/12} - 1] \cdot 1,1025^{15/12}} + 4500 \text{ €} = x$$

$$\rightarrow H = x = 31546 \text{ €}$$

7. Yrittäjä rakentaa uutta tuotantolinjaa, jonka loppuun tulee pakkauslaite. Saatujen tarjousten perusteella on olemassa kolme mahdollista pakkauslaitetta. Mikä laitteista on mielestäsi edullisin, kun tuotantolinja on toiminnassa toistaiseksi (ainakin 30 vuotta) ja laskentakorkona on 7,50% (todellinen vuosikorko).

laite	hankintahinta (€)	käyttökustannus (€/kk)	käyttöikä (vuotta)
A-pak	7 000	100	4
Narux	5 000	70	2
Hippo	3 000	200	3

Jakotekijän muokorivat lausuisiin
Kunkamrimeno = pääomakulut + käyttökulut.

$$C_n = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

A-pak

$$\frac{[1,075^{48/12} - 1] \cdot 1,075^{48/12}}{1,075^{48/12} - 1} \cdot 7000€ + 100€ = 268,45€ (/kk)$$

Narux

$$\frac{[1,075^{24/12} - 1] \cdot 1,075^{24/12}}{1,075^{24/12} - 1} \cdot 5000€ + 70€ = 294,44€ (/kk)$$

Hippo

$$\frac{[1,075^{36/12} - 1] \cdot 1,075^{36/12}}{1,075^{36/12} - 1} \cdot 3000€ + 200€ = 292,98€ (/kk)$$

Edullisin on A-pak

Korkolasku:

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i_a)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i_a) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$\text{prolongointitekijä } s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$\text{kuoletuskerroin } c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i} K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i} (H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$