

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

5. harjoitus, (la 13.11.2010)

1. Yrittäjä ostaa koneen ja aloittaa uuden tuotantolinjan. Koneen ostohinta on 25 000 €. Koneen asentaminen ja koeikäyttö kestää kaksi kuukautta ja sitoo kaksi työntekijää, joiden palkkameno asennusjaksolta on 2000 €/kk/hlö. Asennusjakson jälkeen alkaa tuotanto, joka tuottaa yrittäjälle nettotulota 800 €/kk. Mikä on projektin nykyarvo, kun laskentakorkona on 8% (todellinen vuosikorko)? Projektin koko kesto on 6 vuotta.

800 €/kk 70 tulokautta

$$(1+i)^{12} = 1,08 \rightarrow (1+i) = 1,08^{1/12}$$

$$NNA = -25000€ + \frac{-4000€}{1,08^{1/12}} + \frac{-4000€}{1,08^{2/12}} + \sum_{j=3}^{72} \frac{800€}{(1,08^{1/12})^j}$$

$$= -25000€ - 3974,43€ - 3949,02€ + \frac{800€}{1,08^{3/12}} \cdot \frac{\left(1 - \left(\frac{1}{1,08^{1/12}}\right)^{70}\right)}{\left(1 - \frac{1}{1,08^{1/12}}\right)}$$

$$= 11476,15€$$

2. Investointiprojektin perusinvestointi on 8250 € ja kuukausittainen nettotulovirta alkaa heti investoinnin jälkeen ja kestää 5 vuotta. Miten suuri tulee kuukausittaisen nettotulovirran olla (x €/kk) jotta investoinnin nettonykyarvo olisi positiivinen, kun laskentakorko on 8% (todellinen vuosikorko).

$$(1+i)^{12} = 1,08 \rightarrow 1+i = 1,08^{1/12}$$

$$NA > 0 \Leftrightarrow -8250€ + \sum_{j=1}^{60} \frac{x}{(1+i)^j} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{(1+i)} \frac{\left(1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{60}\right)}{\left(1 - \frac{1}{1+i}\right)} > 8250$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{i} \frac{\left((1+i)^{60} - 1\right)}{(1+i)^{60}} > 8250$$

$$\Leftrightarrow x > \underbrace{\frac{[1,08^{1/12} - 1] \cdot 1,08^5}{1,08^5 - 1}}_{C \cdot 8250} \cdot 8250 = 166,18€$$

$x >$ tuottaa lainalle, jolla hoitetaan perusinvestointi projektin aikana.

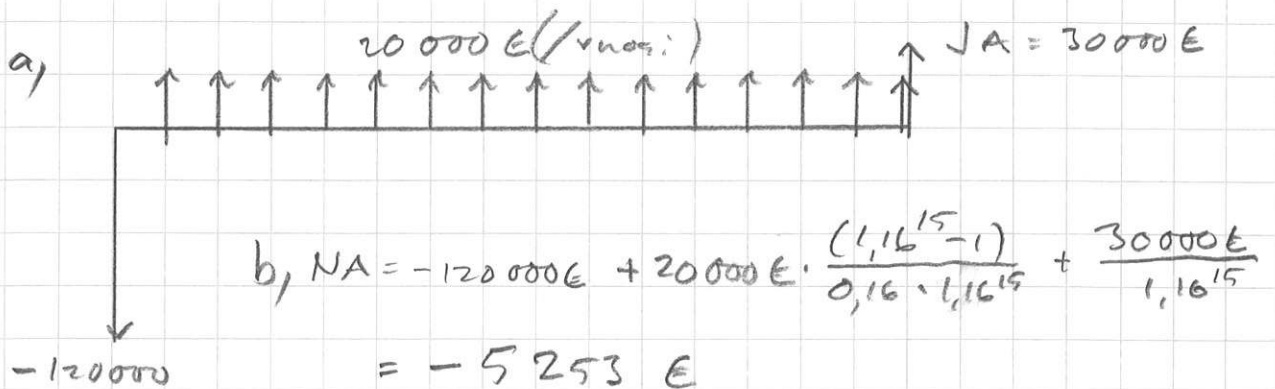
3. Tutkitaan investointiprojektia, jonka perusinvestointi on 120 000 €, pitoaika on 15 vuotta ja keskimääräinen nettotulo on 20 000 € (/ vuosi). Jäännösarvo on $JA = 30\,000\,€$.

a) Piirrä kassavirtakaavio.

b) Laske projektin nykyarvo (laskentakorko on 16% (vuosikorko)).

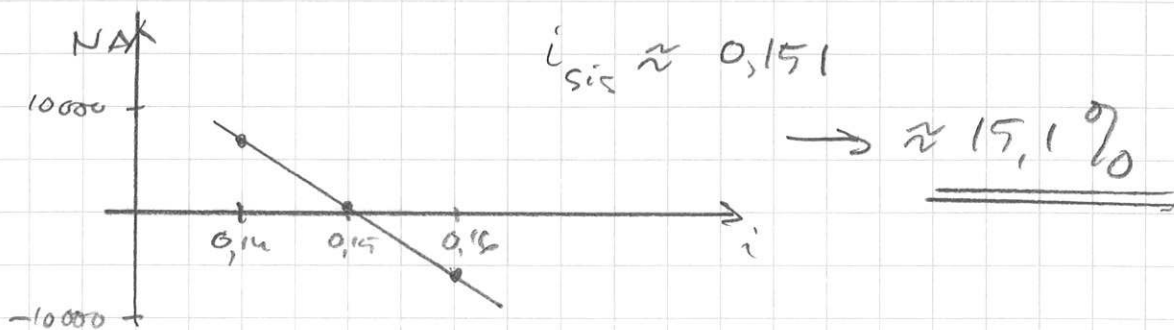
c) Arvioi projektin sisäistä korkokantaa.

d) Laske ROI_{II} (Tässä nettotulos on tyypillisen vuoden nettotulo eli 20 000 € ja oletamme lisäksi, että perusinvestointi sisältää kaiken sitoutuneen pääoman, myös käyttöpääoman. Jätetään tässä arviossa jäännösarvo huomioimatta. Miten jäännösarvo vaikuttaa kannattavuuteen?).



c)

i	NA
0,14	$-120\,000 + 20\,000 \cdot \frac{(1,14^{15} - 1)}{0,14 \cdot 1,14^{15}} + \frac{30\,000}{1,14^{15}} = 7\,046$
0,15	$-120\,000 + 20\,000 \cdot \frac{(1,15^{15} - 1)}{0,15 \cdot 1,15^{15}} + \frac{30\,000}{1,15^{15}} = 6\,346$



d, $ROI_{II} = \frac{20\,000\,€}{120\,000\,€} \cdot 100\% = \underline{\underline{16,7\%}}$

($\therefore$ ROI liioittelee!)

4. Tutkitaan edelleen tehtävän 3 projektia. Määritä projektin suhteellinen nykyarvo ja takaisinmaksuaika, kun laskentakorko on 16% (todellinen vuosikorko).

$$SNA = \frac{NA(tulo)}{NA(meno)} = \frac{\sum_{j=1}^{15} \frac{20000}{1,16^j} + \frac{30000}{1,16^{15}}}{120000} = 0,956$$

Takaisinmaksuaika (merkitään $(1+i)^{n^*} = (1,16^{\frac{1}{12}})^{n^*} = x$)

$$\frac{((1+i)^{n^*} - 1)}{i (1+i)^{n^*}} \cdot 20000 = 120000$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{0,16 x} = 6$$

$$\Rightarrow x-1 = 0,96x$$

$$\Rightarrow 0,04x = 1$$

$$\Rightarrow \underline{x = 25}$$

$$\begin{aligned} \text{Sis} \quad n^*/12 \\ 1,16^{n^*/12} &= 25 \quad | \ln() \\ \frac{n^*}{12} \ln(1,16) &= \ln 25 \end{aligned}$$

$$n^* = \frac{12 \cdot \ln 25}{\ln 1,16}$$

$$\approx 260,25 \text{ (kk)}$$

$$\approx \underline{\underline{21,7 \text{ (vuotta)}}}$$

Projekti ei ehdi maksaa itseään

5. Arvioi annuiteettimenetelmällä tehtävän 3 projektin kannattavuutta, kun laskentakorko on 16%.

$$C \cdot \left(120000 \text{ €} - \frac{30000 \text{ €}}{1,16^{15}} \right)$$

$$= \frac{0,16 \cdot 1,16^{15}}{(1,16^{15} - 1)} \left(120000 \text{ €} - \frac{30000 \text{ €}}{1,16^{15}} \right) = 20942 \text{ €}$$

liian iso
projekti ei ole kannattava
16% laskentakorolla

6. Yritys A valmistaa sairaalatarvikkeita. Yritys laskee saavansa toiminnasta nettotulovirran 10 000 € /kuukausi.

Yritys B arvioi pystyvänsä parempien asiakaskontaktiensa avulla parempaan tulokseen siten, että samalla tuotantokoneistolla se saisi vakiotulovirran 15 000 euroa kuukaudessa.

Alussa yritys B joutuisi tekemään 40 000 € alkuinvestoinnit markkinointiin.

Onko ajateltavissa, että yritys A myisi tuotantokoneistonsa yritykselle B ja missä rajoissa myyntihinnan pitäisi olla, kun yrityksen käyttävät laskelmissaan korkointensiteettejä $\rho_A = 0.10$ ja $\rho_B = 0.14$?

(A) Tulovirran nykyarvo $NA_A = \frac{K_A}{\rho_A} = \frac{120\,000 \text{ €/vuosi}}{0,10 \text{ /vuosi}} = 1\,200\,000 \text{ €}$

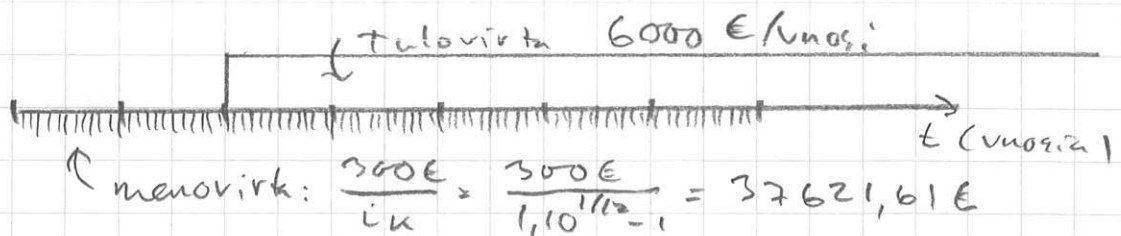
(B) Kustannusvirran nykyarvo $N_{\text{B}} = -40\,000 \text{ €} + \frac{180\,000 \text{ €/vuosi}}{0,14 \text{ /vuosi}} = 1\,245\,700 \text{ €}$

Kauppa voisi syntyä hinta 1,2 Meur - 1,245 Meur

7. Perit metsäosuuden. Sovit metsänhoitajan kanssa siitä, että hän alkaa hoitaa osuuttasi. Maksat metsänhoitajalle 300 € kuussa. Metsänhoitaja arvelee, että metsä alkaa tuottaa kahden vuoden kuluttua siten, että vuositulo on keskimäärin 6000 €. Sopimus metsänhoitajan kanssa on voimassa toistaiseksi. (Siis kauemmin kuin 2 vuotta.)

a) Mistä hinnasta olet valmis myymään metsäsi, kun vuosijaksoon liittyvänä laskentakorkokanta on $i = 0.10$? (Sivutetaan nyt perintöön ja kaupantekoon liittyvät sivukulut.)

b) Jos myyminen tulee uudelleen ajankohtaiseksi kahden vuoden kuluttua nykyhetkestä, niin mikä on silloin metsäsi käypä hinta?



$$NVA = NA(\text{tulo}) - NA(\text{meno})$$

$$= 1,10^{-2} \cdot \frac{6000 \text{ €}}{\ln(1,10)} - \frac{300 \text{ €}}{1,10^{1/12} - 1} = 14\,405 \text{ €}$$

b)

$$NA = NA(tulo) - NA(meno) \\ = \frac{6000 \text{ €}}{\ln(1,10)} - \frac{300 \text{ €}}{(1,10^{112} - 1)} = 25331 \text{ €}$$

8. Sinulle tarjotaan ostettavaksi yritystä. Arvioit, että yritys antaisi sinulle jatkuvan nettotulovirran 1000 € kuukaudessa. Mikä on yrityksen arvo, kun käytät arvioinnissa laskentakorkokantaa 14% (todellinen vuosikorko) ja arvelet jatkavasi yrittäjänä 65 vuoden ikään saakka?

$$NA = \frac{1000 \text{ €}}{(1,14^{112} - 1)} = 91084 \text{ €}$$

Kaavoja:

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$\text{prolongointitekijä } s_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$$

$$\text{kuoletuserroin } c_{n,i} = \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i} K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Takaisinmaksuaika

Takaisinmaksuaika jaksotetulle vakiotulovirrälle

$$n^* = \ln \left(\frac{k}{k - iB} \right) / \ln(1 + i), \quad \text{missä } B = H - \frac{JA}{(1 + i)^n}$$

Takaisinmaksuaika jatkuvalle vakiotulovirrälle

$$T^* = \ln \left(\frac{k}{k - \rho B} \right) / \rho, \quad \text{missä } B = H - e^{-\rho T} JA$$

Nykyarvot

Jaksotettu vakio-tulovirta (kesto n jaksoa, $k_t = k$ kaikilla t):

$$NPV = -H + a_{n,i} \cdot k + \frac{JA}{(1 + i)^n}$$

Jatkuvalle vakiotulovirta (kesto T , $k(t) = k$ kaikilla t):

$$NPV = -H + \frac{k}{\rho}(1 - e^{-\rho T}) + e^{-\rho T} JA$$

Pääoman tuottoaste

$$ROI^I = \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{keskimäärin sidottu pääoma}} \cdot 100\%$$

$$ROI^{II} = \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{alussa sidottu pääoma}} \cdot 100\%$$

Jos nettotulo k (€/kk) on liikevoitto, se ei sisällä perusinvestoinnin aiheuttamaa lainanhoitoa. Lyhyen projektin tapauksessa voimme silloin arvioida karkeasti

$$ROI^I = \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{keskimäärin sidottu pääoma}} \cdot 100\% = \frac{(k - H/n) \cdot 12}{H/2} \cdot 100\%$$