

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

6. harjoitus, (la 20.11.2010)

Varastomallit

1. Erään kappaletavaratuotteen varastointikustannukset ovat 1 € kappaletta ja vuotta kohti. Tilauskustannukset ovat 80 € tilauserältä. Kysyntä on tasaista ja suuruudeltaan 4000 kpl vuodessa. Täydennystoimitukset tapahtuvat viiveettä ja hetkellisesti, varastointitila on rajoittamaton. Puutetta ei sallita. Miten suuri on optimaalinen tilauserän koko ja miten suuret ovat varastonpidon kokonaiskustannukset?

2. Tarkastellaan uudelleen tehtävän 1 yritystä. Nyt puute sallitaan ja puutekustannukset ovat 5 euroa kappaletta ja vuotta kohti.

a) Mikä on nyt optimaalinen tilauserän koko ja miten suuret ovat optimaaliset varastonpidon kokonaiskustannukset?

b) Tarkastellaan vielä lähemmin (1)- ja (2a)-tehtäviin liittyviä optimaalisia kokonaiskustannuksia. Esitä kummassakin tapauksessa, miten ne koostuvat seuraavista kolmesta erästä: tilauskustannukset, varastointikustannukset, puutekustannukset.

3. Suurpesula tarvitsee 30 000 astiaa tiettyä pesuainetta vuodessa. Pesuaineen ostohinta on 5 € astialta ja vuotuisten varastointikustannusten arvioidaan olevan 10% varaston arvosta. Tilauskustannukset ovat 75 € tilaukselta. Pesula tilaa ainetta nykyisin 5 000 astian erissä. Miten suureen vuosisäästöön pesulan on mahdollista päästä muuttamalla tilauspolitiikkaansa? Miten tilaukset tällöin tehdään?

4. Vuodessa raaka-ainevaraston läpi kulkee kappaletavaraa $D = 1600$ kpl. Tilauskustannus on 9 € /erä ja varaston ylläpitokustannus on 1.5 € / (kuukausi·kpl).

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko, ja miten suuret ovat varastosysteemin vuotuiset kokonaiskustannukset ?

b) Raaka-aineen yksikköhinta on 5 € /kpl. Raaka-aineen toimittaja tarjoaa määräalennusta, joka on 1% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 50 kappaletta, ja 3% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 100 kappaletta. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

5. Suurpesula tarvitsee 7 500 astiaa tiettyä pesuainetta kuukaudessa. Pesuaineen ostohinta on 0,5 € astialta ja varastointikustannusten arvioidaan olevan 1,0 € /astia/vuosi. Tilauskustannukset ovat 50 € tilaukselta.

a) Määritä optimaalinen tilauserän koko.

b) Soap Oy valmistaa pesuaineen suuressa sekoituskattilassa. Kerralla sekoitetaan yhden tilauksen mukainen määrä pesuainetta (q astiaa, max 7000 astiaa). Yhdestä sekoituspanoksesta aiheutuva kustannus (€) on $FC + VC =$

$200 + 0,4q$, joten kate (€) per sekoituspanos on $pq - VC - FC = 0,1q - 200$. Soap Oy tarjoaa suurpesulalle p%:n määräalennuksen pesuaineen ostohintaan, jos tilauserä on vähintään 7000 astiaa. Miten suuri määräalennuksen tulee vähintään olla, jotta suurpesula kasvattaa tilauseränsä 7000 astiaan? (Ohje: $p/100 \cdot 0.5 \text{ €} \cdot D \geq TC(7000) - TC(q_0)$)

c) Soap Oy ostaa suurpesulan. Miten suuri on optimaalinen tilauserä yrityssoston jälkeen?

LP-mallit

6. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{array}{rcll} \max z = & x_1 & + & 2x_2 \\ \text{ehdoin} & 3x_1 & + & x_2 \leq 45 \\ & x_1 & + & x_2 \leq 18 \\ & x_1 & + & 4x_2 \leq 60 \\ & & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

7. Ratkaise graafisesti seuraava LP-malli

$$\begin{array}{rcll} \max z = & x_1 & + & 5x_2 \\ \text{ehdoin} & 2x_1 & + & 4x_2 \leq 60 \\ & x_1 & + & x_2 \geq 14 \\ & x_1 & - & 2x_2 \leq 4 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 10 \\ & & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

8. Miten tehtävän 7 optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \geq 15$$

9. a) Miten tehtävän 7 optimiratkaisu muuttuu, jos muuttujan x_1 kerroin tavoitefunktion lausekkeessa kasvaa arvosta 1 arvoon 2?

b) Miten paljon kertoimen vähintään tulee muuttua, jotta päätösmuuttujien optimiarvot muuttuisivat?

10. Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. tuotteen A valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 12min ja raaka-ainetta 15kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden a-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5 euroa ja yhden b-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7 euroa. Mahdollisesti käyttämättä jäänyt muoviraaka-aine voidaan myydä hintaan 500 euroa/tonni. Määrittele päätösmuuttujat ja muodosta lp-malli myyntivoiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

11. (LINDO-esimerkki) Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpaan tuotetta käsitellään kolmella osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)		
	os. A	os. B	os. C
1	4	2	8
2	4	4	4

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	320
B	240
C	400

Kate (myyntitulo - valmistuskustannukset) yhdeltä "1"-tuotteelta on 300 € ja kate yhdeltä "2"-tuotteelta 500 €.

Muodosta LP-malli yrityksen kokonaiskatteen maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

12. (LINDO-esimerkki) Edellisessä tehtävässä yrityksen työaika-resurssi on 960 tuntia/viikossa eli 24 työntekijää. a) Pohdi seuraavaa kysymystä: Jos yritykselle tarjoutuu mahdollisuus palkata kaksi uutta työntekijää, niin miten tämä uusi resurssi allokoidaan (sijoitetaan) eri osastoille?

b) Pohdi seuraavaa kysymystä: Jos samalla, kun saadaan kaksi uutta työntekijää, on mahdollista kouluttaa vanhojakin työntekijöitä, niin miten työresurssi allokoidaan osastoille yrityksen voiton maksimoimiseksi?

Kaavoja:

Varastomallit

$$\begin{array}{ll}
 \text{perusmalli} & q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\
 \text{puutemalli} & q_1 = q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\
 & TC_1(q) = \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \\
 \text{tuotantomalli} & q_2 = q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}}, \\
 & TC_2(q) = \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r}
 \end{array}$$