

# Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

## 9. harjoitus, (la 4.12.2010)

1. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

| tuote | A    | B    | C    |
|-------|------|------|------|
| hinta | 2.50 | 0.50 | 1.00 |

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 & 1.0 \end{pmatrix}.$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

| tuote | A  | B  | C  |
|-------|----|----|----|
| M-os  | 20 | 30 | 0  |
| V-os  | 10 | 50 | 20 |
| S-os  | 0  | 10 | 40 |
| H-to  | 30 | 10 | 10 |

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

- a) Laske matriisilauseke  $\mathbf{pD}^T$ .
- b) Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?

2. Olkoon  $\mathbf{p}$  ja  $\mathbf{D}$  samat matriisit kuin edellisessä tehtävässä.

- a) Onko lauseke  $\mathbf{pD}$  järkevä (mikä sen arvo on)?
- b) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}^T$  järkevä (mikä sen arvo on)?
- c) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}$  järkevä (mikä sen arvo on)?

4. a) Laske determinantti matriisille

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

b) millä vakion  $a$  arvolla käänteismatriisi  $\mathbf{A}^{-1}$  ei ole olemassa?

5. a) Ratkaise Cramerin kaavoilla yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 1000x - 3y & = 0 \\ x + y - z & = 2 \\ 3y - 3z & = 7 \end{cases}$$

b) Tarkista ratkaisu sijoittamalla alkuperäiseen yhtälöryhmään.

(ohje: Cramerin-kaavoissa lasketaan determinantit

$$D = \begin{vmatrix} 1000 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & -3 & 0 \\ \mathbf{2} & 1 & -1 \\ \mathbf{7} & 3 & -3 \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1000 & \mathbf{0} & 0 \\ 1 & \mathbf{2} & -1 \\ 0 & \mathbf{7} & -3 \end{vmatrix}, \quad D_3 = \begin{vmatrix} 1000 & -3 & \mathbf{0} \\ 1 & 1 & \mathbf{2} \\ 0 & 3 & \mathbf{7} \end{vmatrix}$$

Ratkaisuksi tulee  $x = D_1/D$ ,  $y = D_2/D$  ja  $z = D_3/D$ .)

6. Ratkaise Cramerin kaavoilla yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + z = -7 \\ y - 2z = 0 \\ 3x + 9y - 20z = 0 \end{cases}$$

7. Etsi jokin ei-triviaali ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = 0 \\ y - 2z = 0 \\ 3x + 9y - 20z = 0 \end{cases}$$

8. "FlyBike" esimerkissä (ks. verkkosivu ja harjoituksen 8 tehtävä 4) uusi jakauman odotusarvo  $\vec{n}_{k+1}$  saadaan edellisen jakson jakauman odotusarvosta kaavalla

$$\vec{n}_{k+1} = \mathbf{P}\vec{n}_k.$$

Kun dynamiikan yhtälöä toistetaan riittävän monta kierrosta, alkavat arvot vakiintua kohden tasapainoratkaisua  $\vec{n}$ , jolle on voimassa

$$\mathbf{P}\vec{n} = \vec{n}$$

Ratkaise tasapainojakaumat ennen ja jälkeen harjoituksessa 8 (tehtävä 4) kuvattua valmennusmenetelmien muutosta.

Ratkaistavat yhtälöryhmät ovat siis

$$\mathbf{P}_1\vec{n} = \vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.39n_1 + 0.05n_2 + 0.10n_3 = n_1 \\ 0.60n_1 + 0.75n_2 + 0.05n_3 = n_2 \\ 0.01n_1 + 0.20n_2 + 0.85n_3 = n_3 \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10 \end{cases}$$

ja

$$\mathbf{P}_2\vec{n} = \vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.29n_1 + 0.05n_2 + 0.10n_3 = n_1 \\ 0.70n_1 + 0.80n_2 + 0.05n_3 = n_2 \\ 0.01n_1 + 0.15n_2 + 0.85n_3 = n_3 \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10 \end{cases}$$

Miten arvokkaat kassavirrat ovat sen jälkeen kun tasapaino on saavutettu tasapaino. (Laskentakorko 10% (tod.vuosikorko) korkojaksona vuosi.)