

Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset (2019)

Harjoitus 3/viikko 40

1. Laske käyräintegraali $\int_0^{1+i} z^2 dz$
 - a) parametriesityksen avulla pitkin yhdysjanaa $0 \rightarrow 1 + i$,
 - b) integraalifunktion avulla.
2. Laske käyräintegraali $\int_0^{1+2i} \operatorname{Im} z dz$
 - a) parametriesityksen avulla pitkin yhdysjanaa $0 \rightarrow 1 + 2i$,
 - b) parametriesityksien avulla pitkin yhdysjanoja $0 \rightarrow 1$ ja $1 \rightarrow 1 + 2i$.
3. Laske $\oint_C \frac{\ln z}{z-i} dz$, kun $C = \{z \in \mathbb{C} : |z-i| = 0.5\}$ on suunnistettu vastapäivään käyttämällä Cauchy'n integraalikaavaa.
4. Laske $\oint_C \frac{e^z}{z^2+1} dz$, missä
 - a) $C = \{z \in \mathbb{C} : |z-2i| = 2\}$ on suunnistettu vastapäivään,
 - b) $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ on suunnistettu vastapäivään.

Vihje: Käytä (kompleksikertoimista) osamurtokehitelmää ja Cauchy'n integraalikaavaa.
5. Laske $\oint_C \frac{\cos z}{z(z-\pi)^2} dz$, kun
 - a) $C = \{z \in \mathbb{C} : |z-\pi| = 3\}$ on suunnistettu vastapäivään.
 - b) $C = \{z \in \mathbb{C} : |z-\pi| = 4\}$ on suunnistettu vastapäivään.

Vihje: Käytä tarvittaessa apuna osamurtokehitelmää.