

Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset (2019)

Harjoitus 4/viikko 41

Huom 1. Kurssin 1. välikoe on PE 18.10.2019 klo 10:00-12:00. Sali F118.

Koalue: Luentomonisteen luvut 1-3 sekä harjoitukset 1-5.

Huom 2. Kurssin vapaaehtoiset laskupaja-ajat ja salit löytyvät nyt Lukkarista. Niissä käydään läpi kurssin harjoituksia ja niiden laskemiseen liittyviä asioita sekä annetaan preppausta tulevaan välikokeeseen.

1. Suppenevatko seuraavat sarjat?

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+i}{2}\right)^n ; \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln(n^2) \left(\frac{1+\sqrt{2}i}{2}\right)^n .$$

2. Selvitä potenssisarjan $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(n^2)(2(z-i))^n$ suppenemissäde.

3. Muodosta kaikki mahdolliset Laurent-sarjat funktiolle

$$f(z) = \frac{1}{1-z^2}$$

kehityskeskuksena origo sekä määritä niiden suppenemisalueet.

4. Muodosta kaikki mahdolliset Laurent-sarjat funktiolle

$$f(z) = z^2 \sin(1/z) + \frac{1}{1-z}$$

kehityskeskuksena origo $z_0 = 0$ sekä määritä niiden suppenemisalueet.

5. a) Muodosta kaikki mahdolliset Laurent-sarjat funktiolle

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$$

kehityskeskuksena origo $z_0 = 0$ sekä määritä niiden suppenemisalueet.

(*Vihje:* Osamurtokehitemä.)

b) Laske integraali $\oint_C f(z) dz$, kun $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = \sqrt{5}\}$ on suunnistettu vastapäivään.