

Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset (2019)

Harjoitus 6/viikko 44

1. Laske funktioiden

$$\text{a) } f(t) = \begin{cases} e^t, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}, \quad \text{b) } g(t) = \begin{cases} te^t, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$$

Laplace-muunnokset.

2. Olkoot $a, b \in \mathbb{R}$ vakioita. Johda funktioiden

$$\text{a) } f(t) = e^{at} \sin bt, \quad \text{b) } g(t) = te^{at} \sin bt$$

Laplace-muunnokset $\sin bt$:n Laplace-muunnoksen avulla.

3. Laske funktioiden

$$\text{a) } f(t) = \sin t \cos t, \quad \text{b) } g(t) = \sin^2 t.$$

Laplace-muunnokset.

Vihje: $g'(t) = 2 \sin t \cos t = \sin 2t$.

4. a) Laske konvoluution

$$\sin at * \sin bt \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

Laplace-muunnos.

4. b) Laske Laplace-muunnoksen avulla seuraava konvoluutio:

$$\sin at * \cos at.$$

5. Laske seuraavien funktioiden Laplace-käänteismuunnokset:

$$\text{a) } F(s) = \frac{s}{(s-2)^3}$$

$$\text{b) } F(s) = \frac{e^{-3s} - s e^{-3s}}{(s-2)^3}$$