

Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset (2019)

Harjoitus 7/viikko 45

1. Laske Laplace-käänteismuunnos $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s-4}{s^2(s+2)}; t\right)$ käyttämällä

a) osamurtoihin jakoa, b) residy-menetelmää.

2. Ratkaise Laplace-muunnoksen avulla differentiaaliyhtälö

$$y' + y = \sin t; \quad y(\pi) = 1.$$

3. Ratkaise Laplace-muunnoksen avulla integro-differentiaaliyhtälö

$$y'(t) + \int_0^t y(u) du = 2 \sin t; \quad y(0) = 1.$$

4. Ratkaise Laplace-muunnoksen avulla differentiaaliyhtälö

$$3y'' + 4y' + y = e^{-t}; \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

5. Ratkaise Laplace-muunnoksen avulla differentiaaliyhtälö

$$y''(t) + 5y'(t) + 4y(t) = x(t); \quad y(0) = y'(0) = 0,$$

kun

a) $x(t) = u(t-2) = \begin{cases} 1, & t \geq 2 \\ 0, & t < 2 \end{cases}$

b) $x(t) = \delta(t-2)$. (Tässä $\delta = \delta$ -funktio eli δ -distributio.)