

Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset (2019)

Harjoitus 9/viikko 47

1. Totea suoralla laskulla, että funktion

$$f(t) = \begin{cases} e^{-at}, & t > 0 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases} \quad (a > 0)$$

Fourier-muunnos on $F(w) = \frac{1}{a+iw}$.

2. Laske funktion

$$g(t) = \begin{cases} te^{-t}, & t > 0 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$$

Fourier-muunnos.

3. Laske tehtävässä 1 olevan funktion $f(t)$ $\mathcal{F}$ -muunnoksen ja Parsevalin yhtälön avulla integraali $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2+w^2} dw$.

4. Määritä edellisen tehtävän funktion $f(t)$ liittyvä amplitudi- ja vaihespektri. Piirrä myös niiden kuvaajat.

5. Laske epäoleellinen integraali

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{te^{iwt}}{(t^2 + a^2)^2} dt,$$

missä $a > 0, w > 0$ (eli funktion $f(t) = \frac{t}{(t^2+a^2)^2}$ $\mathcal{F}$ -muunnos $F(-w)$) käyttämällä

a) derivaatan muuntokaava ja $\mathcal{F}$ -muunnostaulukkoita;

b) residy-menetelmää (vrt. HT5.5).