

Matematiikan peruskurssi (2019)

Harjoitus 5/viikko 47

Huom. Kurssin 1. välikoe on torstaina 21.11.2019, klo 10:00-12:00, sali F118.

Koealue: Luentomonisteen luvut 1–3 sekä alueeseen liittyvät viikottaiset laskuharjoitukset 1–5.

1. Kuvaus $x \rightarrow y = y(x)$ määritellään yhtälöllä $x^3 - y^3 + xy - 1 = 0$. Määritä pisteeseen $(1, 1)$ piirretyn tangentin yhtälö.
2. a) Hahmottele käyrä $x(t) = t^3$, $y(t) = t^4 + 4t$ ($t \in \mathbb{R}$) xy -tasossa. Missä pisteissä käyrän tangentti on vaakasuorassa/pystysuorassa?
b) Selvitä ovatko pisteet, joissa käyrän tangentti on vaakasuorassa, käyrään liittyvän funktion $y = f(x)$ lokaaleja ääriarvopisteitä.
3. Olkoon $f(x) = \sqrt{x}$. Differentiaalikehitelmän mukaan $f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0)h$, kun $|h|$ on pieni. Mikä likiarvo saadaan $\sqrt{2}$:lle, kun valitaan $x_0 = 1.96$?
4. a) Määritä yhtälön $x^3 - 2x - 2 = 0$ välillä $[1, 2]$ olevalle juurelle likiarvo käyttämällä kolmea Newtonin menetelmän mukaista iteraatiota.
b) Selvitä onko yhtälöllä muita reaalisia nollakohtia.
5. Selvitä mikä yhtälön $y = \ln x$ määrittelemän käyrän pisteistä (x, y) on lähimpänä origoa eli pistettä $(0, 0)$. Sovella Newtonin menetelmää ja anna vastaus vähintään 5 desimaalin tarkuudella.