

Matematiikan peruskurssi (2019)

Harjoitus 7/viikko 49

1. Laske $\int_0^2 ||2x - 1| - x| dx$.
2. Laske $\int_0^\pi \frac{\sin x}{\cos^2 x + 1} dx$ sijoituksella $t = \cos x$.
3. Olkoon käyrän $y = f(x)$ ($f(x) \geq 0$) ja x -akselin sekä suorien $x = a$ ja $x = b$ ($a < b$) rajoittaman tasoalueen pinta-ala A . Tasoalueen ”painopiste” (x_p, y_p) saadaan kaavoilla

$$x_p = \frac{1}{A} \int_a^b x f(x) dx, \quad y_p = \frac{1}{A} \int_a^b \frac{f(x)^2}{2} dx.$$

Laske käyrän $y = \cos x$, x -akselin sekä suorien $x = -\pi/2$ ja $x = \pi/2$ rajoittaman tasoalueen painopiste.

4. Laske $\int_0^1 \ln x dx$, mikäli kyseinen integraali suppenee.
5. Selvitä suppeneeko integraali $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x} dx$.
(*Vihje:* Osittaisintegrointi & majoranttiperiaate.)
b) Entä suppeneeko integraali $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$?
(*Vrt.* HT 4.5.)