

Matematiikan peruskurssi (2019)

Harjoitus 8/viikko 50

1. Käyrä $y = \sin x$ pyörähtää x -akselin ympäri välillä $[0, \pi]$. Laske syntyvän pyörähdyspinnan ala.

2. Laske kardioidin, jonka parametriesitys on

$$x(t) = r(2 \cos t - \cos 2t); \quad y(t) = r(2 \sin t - \sin 2t) \quad (r > 0 \text{ vakio})$$

määräämän käyrän pituus välillä $t \in [0, 2\pi]$.

3. Selvitä suppeneeko sarja $\sum_{k=1}^{\infty} \ln\left(\frac{k}{k+1}\right)$ laskemalla osasummien jonon raja-arvo.

4. Selvitä suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln k}{(-2)^k}.$$

5. a) Selvitä millä arvoilla $x \in \mathbb{R}$ seuraava sarja suppenee:

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{kx}.$$

5. b) Kun sarja suppenee, mikä on sen summa?

6. a) Määritä sarjan

$$\sum_{k=1}^{\infty} k \left(\frac{x}{3}\right)^{k-1}$$

suppenemissäde sekä kaikki arvot $x \in \mathbb{R}$, joilla kyseinen sarja suppenee.

6. b) Kun sarja suppenee, mikä on sen summa?

(*Vihje:* Derivoi geometrinen sarja termeittäin.)