

Matemaattiset menetelmät I (2011)

Harjoitus 1/viikko 39

Huom. 1. Tiistaina 27.9.2011 ei pidetä luentoa, mutta torstaina 29.9.2011 pidennetty luento-aika: klo 10:00-12:00.

Huom. 2. Laskupaja Ma 26.9.2011, klo 14–16, sali D102.

1. Pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa?

- a) $A \cap B = A \cup B \iff A = B$
- b) $B \setminus (A \setminus B) = (B \setminus A) \setminus B$.

Perustele vastauksesi ja havainnollista niitä Venn-diagrammeilla.

2. Jos $A \subset E$, niin A :n *komplementti* E :ssä on joukko $E \setminus A$, jota merkitään usein A^c tai $C_E A$. Olkoot $A, B \subset E$. Todista ns. *de Morganin lait*:

- a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Havainnollista niitä Venn-diagrammeilla.

3. Ratkaise: a) $\sqrt{x+1} = |x-1|$; b) $|x-1| + |x+1| \leq 2$.

4. Ratkaise epäyhtälö $\left| \frac{x-1}{x+1} \right| > 1$. Miten tulkitset epäyhtälön geometrisesti?

5. Päteekö väite $|x| \leq 1 \implies \left| \frac{x}{x-2} \right| \leq 1$? Perustelu.

6. Päteekö seuraava kaava?

$$\frac{1}{2}(x + y + |x - y|) = \max\{x, y\}, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Perustelu.

7. Onko \mathbb{R} :n osajoukossa $E = \left\{ \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$ suurinta lukua? Perustelu.