

Nämä harjoitukset liittyvät raja-arvoihin ja derivointiin (Wayne Winstonin osion 11.1 alkupää).

1. (a) Laske raja-arvo

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{42h + 7h^2 + 2h^3}{h}.$$

- (b) Miten (a)-kohdan raja-arvo liittyy derivaattoihin?

2. Olkoon $f(x) = x^2$. Laske derivaatta $f'(0)$ käyttämällä derivaatan määritelmää erotusosamäärän raja-arvona.

3. Laske seuraavien funktioiden derivaatat.

- (a)

$$f(x) = xe^{-x},$$

- (b)

$$f(x) = e^{-x^2/2},$$

- (c)

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}.$$

4. Mitkä seuraavista funktioista ovat jatkuvia tai derivoituvia pisteessä $x = 1$?

- (a)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x \leq 1, \\ x - 1, & \text{kun } x > 1. \end{cases}$$

- (b)

$$f(x) = \frac{x}{x - 1},$$

- (c)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}.$$

5. Perustele seuraavat väitteet:

- (a) Funktion jatkuvuudesta ei seuraa sen derivoituvuutta.
(b) Funktion derivoituvuudesta seuraa sen jatkuvuus.
(c) Jos funktio ei ole jatkuva, niin se ei ole derivoituva.