

Nämä harjoitukset liittyvät derivaattaan ja Taylorin polynomeihin (Wayne Winstonin osion 11.1 loppupää).

1. Laske funtion

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 e^{x_2 + x_3}$$

toisen asteen Taylorin polynomi pisteessä $(x_1, x_2, x_3) = (1, 2, 2)$.

2. Jos $P(t)$ on hyödykkeen hinta hetkellä t , sen *tuotto* hetkellä t on

$$R(t) = \frac{\Delta V(t)}{V(t - \Delta t)} = \frac{V(t) - V(t - \Delta t)}{V(t - \Delta t)},$$

missä $t - \Delta t$ on hetkeä t välittömästi edeltävä hetki. Usein kuitenkin näkee käytettävän tuotolle määritelmää

$$R(t) = \ln \frac{V(t)}{V(t - \Delta t)}.$$

Ensimmäinen määritelmä on tietysti oikein ja jälkimmäinen on väärin. Miksi jälkimmäinen määritelmä on kuitenkin "riittävän oikein"?

3. Olkoon $q = q(p)$ tuotteen kysyntä, kun tuotteen hinta on p . Hinnan p *jousto* kysynnällä q , $E = E(p) = E(p, q)$, on

$$E = \frac{\text{kysynnän suhteellinen muutos prosenteissa}}{\text{hinnan suhteellinen muutos prosenteissa}}.$$

- (a) Jos hinnan muutos Δp on pieni, voidaan jousto E esittää derivaattojen avulla. Etsi kaava.
- (b) Kysyntä on *elastinen*, jos $E < -1$. Mitä tämä tarkoittaa käytännössä?
- (c) Kysyntä on *epäelastinen*, jos $-1 < E < 0$. Mitä tämä tarkoittaa käytännössä?
- (d) Olkoon $E > 0$. Mitä tämä tarkoittaa käytännössä?
4. Jos halutaan valmistaa x kappaletta tuotetta, se maksaa ckx^{1-b} euroa, missä $k > 0$ ja $0 < b < 1$ ovat vakioita, eli mallin parametreja.
- (a) Osoita, että mitä enemmän tuotteita valmistetaan sitä pienempi on tuotteen yksikkökustannus.
- (b) Oletetaan, että joka kerta, kun tuotantomäärä kaksinkertaistetaan, putoaa yksikkökustannus $p\%$. Osoita, että $p = 100 \cdot 2^{-b}$.
5. Jos yrityksellä on käytössä k tuntia koneaikaa ja t tuntia työvoimaa, se voi valmistaa

$$v = v(k, t) = 3k^{1/3}t^{2/3}$$

vispainta.

Yrityksellä on 216 tuntia koneaikaa ja 1.000 tuntia työvoimaa. Lisätunti koneaikaa maksaa 100 € ja lisätunti työvoimaa maksaa 50 €. Yrityksellä on 100 € ylimääräistä rahaa. Kannattaako yrityksen käyttää se koneaikaan vai työvoimaan?